

Ausgleich des Reibungsverlustes beim Spannen.

Von Prof. Dr.-Ing. Bernhard Fritz, Karlsruhe.

Nachstehend werden an einem Kreisringstück Betrachtungen angestellt über die Möglichkeiten zur Verminderung des Einflusses der Reibung bei Spannmitgliedern mit Dehnungsbehinderung.

Das vorgespannte Kreisringstück.

Der Einfluß der Spannart auf die Spannmitgliedlängskräfte, die Reibungsverluste und die Ausziehlängen der Spannmitglieder.

Spannen an nur einem Spannmitglied.

Es bestehen für diesen Fall die bekannten Beziehungen

V = Kraft im Spannmitglied

R = Reibungskraft

μ = Reibungsbeiwert

N = Anpreßdruck des Spannmitgliedelementes

$$dV = dR \quad (1)$$

$$dR = \mu N = \mu V d\varphi \quad (2)$$

$$dV = \mu V \cdot d\varphi$$

$$\int_{V_e}^V \frac{dV}{V} = \mu \int_0^\varphi d\varphi$$

$$V_\varphi = V_e e^{\mu\varphi} \quad (3) \text{ bzw. } V_\varphi = V_o e^{-\mu\varphi} \quad (4)$$

gegeben. Den bis zum Umschlingungswinkel ψ auftretenden Reibungsverlust erhält man aus

$$R_\psi = \int_0^\psi dR_\psi = \mu \int_0^\psi V_\psi d\psi = V_o (1 - e^{-\mu\psi}) \quad (5)$$

und die Spannkraft V_e am Verankerungsende aus

$$V_e = V_o e^{-\mu\alpha} \quad (6)$$

Die Ermittlung der Ausziehlänge Δ_o ohne Berücksichtigung der Reibung ergibt:

$$\Delta_o = \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) V_o r \alpha \quad (7)$$

Bei Berücksichtigung der Reibung erhält man aber aus

$$\Delta_o = \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) \int_0^\alpha r V_\psi d\psi$$

$$= \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) \frac{r}{\mu} V_o (1 - e^{-\mu\alpha}) \sim \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) V_o r \alpha \left(1 - \frac{\mu\alpha}{2} \right) \quad (8)$$

vorin

$$K_s = E_s F_s \text{ und } K_b = E_b F_b \quad (9)$$

Wenn an Stelle von Δ_o der Ausziehweg Δ_o' aufgebracht wird, so ergibt sich eine Spannkraft V_o' , die unter Umständen wesentlich größer sein kann als die beabsichtigte Spannkraft V_o . Sie ergibt sich aus:

$$V_o' = V_o \frac{\Delta_o'}{\Delta_o} \sim V_o \frac{2}{2 - \mu\alpha} \quad (10)$$

Für $\mu = 0,20$ und $\alpha = 90^\circ$ erhält man beispielsweise

$$V_o' = 1,187 V_o$$

Wenn man nun noch vorübergehend um den Betrag des gesamten Reibungsverlustes überspannt und den dafür erforderlichen Ausziehweg ebenfalls wieder ohne Berücksichtigung der Reibung ermittelt, so erhält man zum Ziehende die Spannkraft

$$V_o' = V_o (2 - e^{-\mu\alpha}) \frac{2}{2 - \mu\alpha} \sim V_o \frac{2 \left[1 + \mu\alpha - \frac{1}{2} (\mu\alpha)^2 \right]}{2 - \mu\alpha} \quad (11)$$

Dies ergibt für $\mu = 0,20$ und $\alpha = 90^\circ$

$$V_o' = 1,443 \cdot V_o$$

Daraus geht hervor, daß man bei großen Umschlingungswinkeln α bzw. $\Sigma\alpha$ die Ausziehlänge stets unter Berücksichtigung der Reibung ermitteln muß und nicht um den gesamten Betrag des Reibungsverlustes überspannen darf.

2. Gleichzeitiges und gleichmäßiges Spannen an beiden Spannmitgliedern.

Infolge der Symmetrie gilt von jedem Spannende aus

$$V_\psi = V_o e^{-\mu\psi} \quad (12)$$

und für $\psi = \frac{\alpha}{2}$

$$V_\varphi = \frac{\alpha}{2} = V_e = V_o e^{-\mu \frac{\alpha}{2}} \quad (13)$$

Der gesamte Reibungsverlust ergibt sich aus

$$R = V_o (1 - e^{-\mu \frac{\alpha}{2}}) \quad (14)$$

Für jedes Spannende ist die Ausziehlänge nach Gl. 7 oder 8 mit

$\varphi = \psi = \frac{\alpha}{2}$ zu bestimmen.

3. Zeitlich nacheinander erfolgendes Spannen an beiden Spannmitgliedern.

Zuerst werde (Bild 2) bei k gespannt mit der Spannkraft V_{ko} . Sodann bei i und mit der Spannkraft V_{io} .

Für das erste Spannen bei k liefern die Gl. (3) bis (6)

$$V_{k\psi} = V_{ko} e^{-\mu\psi} \text{ bzw. } V_{k\varphi} = V_{ke} e^{\mu\varphi} \quad (15)$$

$$V_{ke} = V_{ko} e^{-\mu\alpha} \quad (16) \quad R_k = V_{ko} - V_{ke} \quad (17)$$

Für das zweite Spannen bei i ist als Anpreßdruck

$$N_\psi = (V_{i\psi} + V_{k\psi}) d\psi \quad (18)$$

in Gl. (2) einzuführen. Man erhält dann

$$dV_{i\psi} = \mu (V_{i\psi} + V_{k\psi}) d\psi$$

und mit

$$V_{k\psi} = V_{ko} e^{-\mu\psi} \text{ nach Gl. (15)}$$

die Differentialgleichung

$$\frac{dV_{i\psi}}{d\psi} - \mu V_{i\psi} = \mu \cdot V_{ko} e^{-\mu\psi} \quad (19)$$

mit der Lösung

$$V_{i\psi} = V_{io} e^{\mu(\psi-\alpha)} - \frac{V_{ko}}{2} [e^{-\mu\psi} - e^{\mu(\psi-2\alpha)}] \quad (20)$$

und bei Einführung von $\varphi = \alpha - \psi$

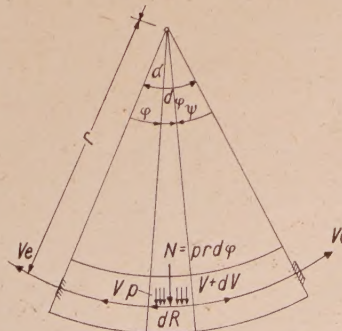


Bild 1.

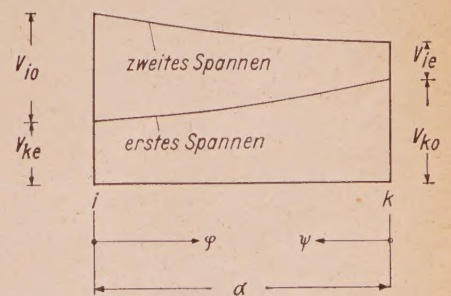


Bild 2. Diagramm der Spannmitgliedkräfte.

$$V_{i\varphi} = V_{io} e^{-\mu\varphi} - \frac{V_{ko}}{2} [e^{-\mu(\alpha-\varphi)} - e^{-\mu(\alpha+\varphi)}] = V_{io} e^{-\mu\varphi} - V_{ke} \sin \mu\varphi \quad (21)$$

Setzt man eine sehr kleine Spannkraft V_{i0} an, so wirkt sich das zweite Spannen nicht mehr über den ganzen Bereich α aus, sondern nur noch über einen Bereich φ_0 , der sich aus Gl. (21) bestimmen läßt, wenn man darin $V_{i\varphi} = 0$ setzt.

Man erhält dann

$$\varphi_0 = \frac{1}{2\mu} \ln \frac{2V_{i0} + V_{ke}}{V_{ke}} \quad (22)$$

Die der ersten Spannkraft V_{k0} (Bild 3) entsprechende Ausziehlänge Δ_{k0} ergibt sich aus der Gl. (8).

Die der zweiten Spannkraft V_{i0} entsprechende Ausziehlänge Δ_{i0} ergibt sich aus dem Ansatz

$$\Delta_{i0} = \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) r \int_0^\varphi V_{i\varphi} \cdot d\varphi$$

mit

$$\Delta_{i0} = \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) \frac{r}{\mu} [V_{i0}(1 - e^{-\mu\varphi}) - V_{ke}(\mathfrak{C}\mathfrak{o}\mu\varphi - 1)] \quad (23)$$

oder angenähert aus

$$\Delta_{i0} \sim \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) r \varphi \left[V_{i0} - \frac{\mu\varphi}{2} (V_{i0} + V_{ke}) \right] \quad (24)$$

Ist $\varphi_0 \geq \alpha$ so ist in diesen Gleichungen $\varphi = \alpha$ einzusetzen.

Ist $\varphi_0 < \alpha$ so ist $\varphi = \varphi_0$ einzusetzen.

4. Einseitiges Mehrspannen und anschließendes Entspannen bis zur Einstellung der Soll-Spannkraft V_0 am Ziehende des Spanngliedes. Es bedeuten (Bild 4)

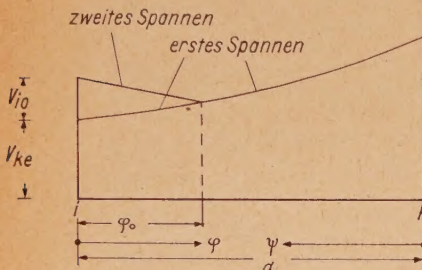


Bild 3.

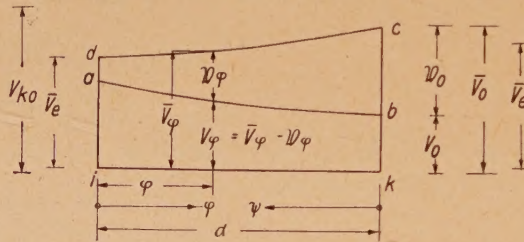


Bild 4.

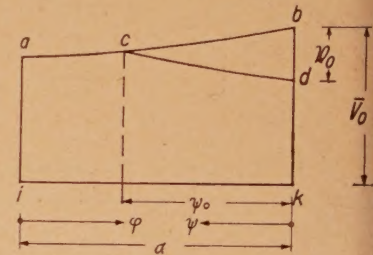


Bild 5.

$\bar{V}_0$ die mit Rücksicht auf die Reibungsverluste vorübergehend erhöhte Spannkraft für das Mehrspannen.

$\mathfrak{Q}_0$ die durch Entspannen hervorgerufene Verminderung von $\bar{V}_0$. Der Verlauf der beim Mehrspannen auftretenden Spanngliedlängskräfte $\bar{V}_{\varphi}$ wird durch das Diagramm c d i k dargestellt.

Die beim Entspannen entlastend wirkenden Spanngliedlängskräfte $\mathfrak{Q}_{\varphi}$ werden durch das Diagramm a b c d beschrieben.

Die im Endzustand vorhandenen Spanngliedlängskräfte V_{φ} ergeben sich aus dem Diagramm a b k i.

Für das Mehrspannen gelten die Beziehungen (3) bis (6) sinngemäß.

Für den Vorgang des Entspannens ist der Anpreßdruck

$$\bar{N}_{\varphi} = (\bar{V}_{\varphi} - \mathfrak{Q}_{\varphi}) d\varphi = (\bar{V}_0 e^{\mu\varphi} - \mathfrak{Q}_{\varphi}) d\varphi \quad (25)$$

maßgebend. Man erhält damit

$$d\mathfrak{Q}_{\varphi} = dR_{\varphi} = \mu \bar{N}_{\varphi} = \mu (\bar{V}_0 e^{\mu\varphi} - \mathfrak{Q}_{\varphi}) d\varphi$$

d. h. die Differentialgleichung

$$\frac{d\mathfrak{Q}_{\varphi}}{d\varphi} + \mu \mathfrak{Q}_{\varphi} = \mu \bar{V}_0 e^{\mu\varphi} \quad (26)$$

mit der Lösung

$$\mathfrak{Q}_{\varphi} = \left(\mathfrak{Q}_0 - \frac{\bar{V}_0}{2} \right) e^{\mu(\alpha - \varphi)} + \frac{\bar{V}_0}{2} e^{\mu\varphi} \quad (27)$$

oder bei Einführung von $\varphi = \alpha - \psi$

$$\mathfrak{Q}_{\psi} = \mathfrak{Q}_0 e^{\mu\psi} - \frac{\bar{V}_0}{2} [e^{\mu\psi} - e^{-\mu\psi}] = \mathfrak{Q}_0 e^{\mu\psi} - \bar{V}_0 \mathfrak{S}\mathfrak{i}\mathfrak{n} \mu\psi \quad (28)$$

Bei nur geringer Entlastung, d. h. bei kleinem $\mathfrak{Q}_0$ wirkt sich diese nicht mehr über den ganzen Bereich α aus sondern nur noch über einen Bereich ψ_0 (Bild 5), der sich aus Gl. (28) bestimmen läßt, wenn man darin $\mathfrak{Q}_{\psi} = 0$ setzt. Man erhält dann

$$\psi_0 = \frac{1}{2\mu} \ln \frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_0 - 2\mathfrak{Q}_0} \quad (29)$$

Beim Mehrspannen stellt sich das Diagramm abki ein. Für den Entlastungsvorgang gilt das Diagramm bed und für den erreichten Endzustand das Diagramm acdk.

Die der Spannkraft $\bar{V}_0$ entsprechende Ausziehlänge $\bar{\Delta}_0$ ergibt

sich aus Gl. (8) mit

$$\bar{\Delta}_0 = \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) \frac{r}{\mu} \bar{V}_0 (1 - e^{-\mu\alpha}) \sim \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) \bar{V}_0 r \alpha \left(1 - \frac{\mu\alpha}{2} \right) \quad (30)$$

Die der Entspannungskraft $\mathfrak{Q}_0$ entsprechende Nachlaßlänge δ_0 ergibt sich aus dem Ansatz

$$\delta_0 = \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) r \int_0^{\psi_0} \mathfrak{Q}_{\psi} \cdot d\psi$$

mit

$$\delta_0 = \frac{r}{\mu} \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) [\mathfrak{Q}_0 (e^{\mu\psi_0} - 1) - \bar{V}_0 (\mathfrak{C}\mathfrak{o}\mu\psi_0 - 1)] \quad (31)$$

oder genau genug aus

$$\delta_0 \sim \left(\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} \right) r \psi_0 \left[\mathfrak{Q}_0 + (\mathfrak{Q}_0 - \bar{V}_0) \frac{\mu\psi_0}{2} \right] \quad (32)$$

Ist $\psi_0 \geq \alpha$, so ist in diesen Gleichungen $\psi = \alpha$ einzusetzen.

Ist $\psi_0 < \alpha$, so ist $\psi = \psi_0$ einzusetzen.

II. Rechenbeispiele.

Ein Silo mit einem lichten Durchmesser von 16,00 m und einer Wanddicke von 0,20 m soll durch Vorspannung eine Ringdruckspannung von $\sigma_b = -75 \text{ kg/cm}^2$ erhalten. Es ist zu untersuchen, bei welcher von den oben behandelten Spannarten in den Spanngliedern die beste Spannungsausnutzung und im Behälterbeton die gleichmäßigste Ringdruckspannung erreicht werden kann.

Spannstahl: St 90 $E_s = 210000 \text{ kg/cm}^2$ $F_s = 5,31 \text{ cm}^2$

Soll-Spannkraft: $V_0 = 25,0 \text{ t}$

Betonquerschnitt: $F_b = 20 \cdot \frac{100}{6} = 333 \text{ cm}^2$ $E_b = 340000 \text{ kg/cm}^2$

Reibungsbeiwert: $\mu = 0,15$

Die Spannlängen der ringförmig angeordneten Spannglieder betragen ein Viertel des Kreisumfanges:

Es ist daher (Bild 6)

$$\alpha = 90^\circ \text{ bzw. } \alpha = \frac{\pi}{2} = 1,5708$$

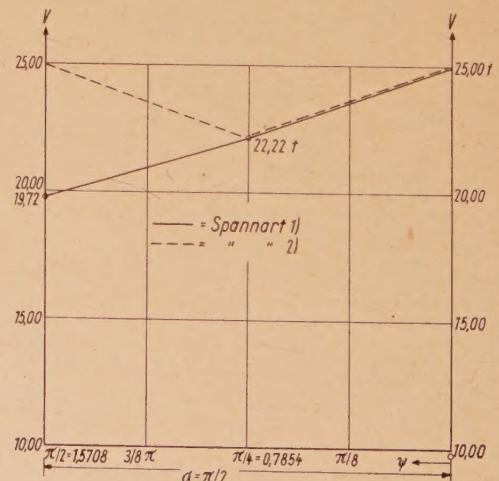


Bild 6.

1. Spannen an nur einem Spanngliedende.

Soll-Spannkraft am Ziehende: $V_0 = 25,00 \text{ t}$

Verankerungs-Spannkraft nach Gl. (6): $V_e = 19,72 \text{ t}$

Reibungsverlust $R = V_0 - V_e = 5,28 \text{ t d.s. } 20,7\%$

Ausziehlänge bei Berücksichtigung der Dehnungsbehinderung

nach Reibung nach Gl. (8)

$\Delta_o = 2,79 \text{ cm}$

2. Gleichzeitiges und gleichmäßiges Spannen an beiden Spann­gliedenden.
Spannkraft an den beiden Ziehenden: $V_o = 25,00 \text{ t}$

Spanngliedlängskraft an der Stelle $\varphi = \frac{\pi}{4}$: $V_o = V_{\pi/4} = 22,22 \text{ t}$

Reibungsverlust: $R = V_o - V_{\pi/4} = 2,78 \text{ t}$, d. s. 11,1%

Ausziehlängen bei Berücksichtigung der Reibung:
 $\Delta_o = 1,474 \text{ cm}$

3. Zeitlich nacheinander erfolgendes Spannen an beiden Spann­gliedenden.

Zuerst werde bei k gespannt mit

$V_{ko} = 25,3 \text{ t}$

Es ergibt an den Stellen $\varphi = \frac{1}{8}\pi, \frac{2}{8}\pi, \frac{3}{8}\pi$ und $\frac{\pi}{2}$ die ersten

Spanngliedlängskräfte

$V_{k\varphi} = 23,85 \text{ t} \quad V_{k\varphi} = 22,49 \text{ t} \quad V_{k\varphi} = 21,20 \text{ t} \quad V_{ke} = 19,99 \text{ t}$

und als Gesamt-Reibungsverlust zunächst

$R_k = 25,30 - 19,99 = 5,31 \text{ t}$, d. s. 21%

Sodann spanne man bei i , und zwar zweckmäßig mit

$V_{io} \sim R_k = 5,30 \text{ t}$

Als Auswirkungsbereich ergibt sich aus Gl. (22)

$\varphi_o = 1,417 < 1,5708$

Man erhält dann an den Stellen $\varphi = 0, \frac{1}{8}\pi, \frac{2}{8}\pi, \frac{3}{8}\pi$ die

weiten Spanngliedlängskräfte

$V_{io} = 5,30 \text{ t} \quad V_i = 3,82 \text{ t} \quad V_i = 2,35 \text{ t} \quad V_i = 0,89 \text{ t}$

Die bei k und i erforderlichen Ausziehlängen ergeben sich aus

den Gl. (8) und (24) mit
 $\Delta_{ko} = 28,24 \text{ mm}$ und $\Delta_{io} = 2,98 \text{ mm}$

Die im Endzustand vorhandenen Spanngliedlängskräfte an den

Stellen $\varphi = 0, \frac{1}{8}\pi, \frac{2}{8}\pi, \frac{3}{8}\pi, \frac{\pi}{2}$ ergeben sich aus

$V_{\varphi} = 19,99 + 5,30 = 25,29 \text{ t} \quad V_{\varphi} = 21,20 + 3,82 = 25,02 \text{ t}$

$V_{\varphi} = 22,49 + 2,35 = 24,84 \text{ t} \quad V_{\varphi} = 23,85 + 0,89 = 24,74 \text{ t}$

$V_{\varphi} = 25,30 \text{ t}$

Es ist also erreicht worden, daß die größte Abweichung von der Soll-Vorspannkraft $V_o = 25,00 \text{ t}$, nur noch 0,30 t, d. s. 1,2% beträgt (Bild) 7.

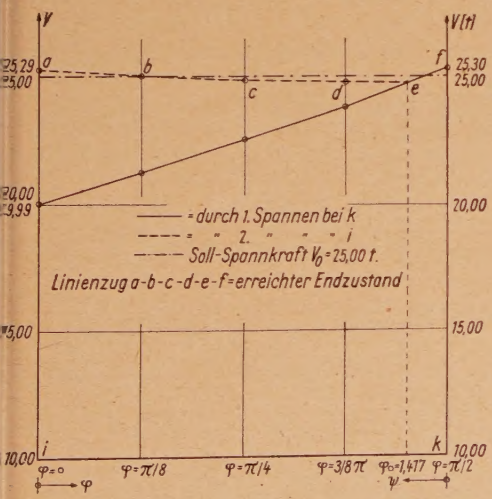


Bild 7.

4. Symmetrisches an beiden Spanngliedenden gleichzeitiges Mehrspannen und anschließendes beiderseitiges Entspannen bis zur Einstellung der Soll-Spannkraft $V_o = 25,00 \text{ t}$ an den Spannenden.

Die unter 2. behandelte Spannart kann dadurch noch vervollkommen werden, daß an beiden Spannenden vorübergehend mit $V_o > V_o$ gespannt und anschließend wieder auf $V_o = 25,00 \text{ t}$ entlastet wird.

Bei einem symmetrischen Mehrspannen um 6,5% der Soll-Vorspannkraft erhält man

$\bar{V}_o = 25,00 + 1,63 = 26,63 \text{ t}$

Damit ergeben sich an den Stellen $\varphi = \psi = 0, \frac{\pi}{8}$ und $\frac{\pi}{4}$ zunächst die Spanngliedlängskräfte

$\bar{V}_{\varphi, \psi} = 26,63 \text{ t} \quad V_{\varphi, \psi} = 25,11 \text{ t} \quad V_{\varphi, \psi} = 23,57 \text{ t}$

und als beiderseits erforderliche Ausziehlängen bei sinngemäßer Auswertung der Gl. (30)

$\bar{\Delta}_o = 15,69 \text{ mm}$

Entlastet man nun an beiden Enden um den Betrag $\mathfrak{Z}_o = 1,63 \text{ t}$, der vorübergehend als Mehrspannkraft eingeleitet wurde, so erhält man beiderseits als Auswirkungsbereich ψ_o der Entlastung aus Gl. (29)

$\psi_o = 0,4345 < \frac{\pi}{4}$

Der für die Entspannung erforderliche Betrag δ_o für das Nachlassen ergibt sich aus Gl. (31) mit

$\delta_o = 0,27 \text{ mm}$

Die im Endzustand vorhandenen Spanngliedlängskräfte V an den

Stellen $\varphi = \psi = 0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}$ ergeben sich mit:

$\bar{V}_{\varphi, \psi} = 26,63 - 1,63 = 25,00 \text{ t} \quad V_{\varphi, \psi} = 25,11 - 0,16 = 24,95 \text{ t}$

$V_{\varphi, \psi} = 23,57 \text{ t}$

Durch das Mehrspannen und anschließende Nachlassen ist also erreicht worden, daß die größte Abweichung von der Soll-Spannkraft $V_o = 25,00 \text{ t}$ nur noch 1,43 t, d. s. 5,72% beträgt (Bild 8).

III. Schlußfolgerungen.

a) Die dem Verfasser bisher bekannt gewordenen Ansätze für die Bestimmung der Spanngliedlängskräfte sind nur für die unter 1. und 2. beschriebenen Spannarten ausreichend und anwendbar. Für die unter 3. und 4. erläuterten Spannarten gelten die hier entwickelten Beziehungen.

b) Bei der Bestimmung der Ausziehlängen und der Entspannungswege ist — besonders, wenn überspannt werden soll — die Dehnungsbehinderung durch Reibung zu berücksichtigen. Ihre Vernachlässigung kann unter Umständen untragbar große Überbeanspruchungen des Spanngliedes zur Folge haben.

c) Bei zweiseitig spannbaren Spanngliedern ist die hier empfohlene und unter 3. beschriebene Spannart am einfachsten und erfolgreichsten, weil der Einfluß der Reibungsverluste damit praktisch zum Verschwinden gebracht werden kann, ohne daß ein nennenswertes Mehrspannen erforderlich wird und dadurch die Gefahr einer Überbeanspruchung entsteht. Es ergeben sich bei dieser Spannart auch stets noch ausführbar große Ausziehlängen.

d) Das ein- oder zweiseitige Mehrspannen mit anschließendem Entspannen bis auf die Soll-Vorspannkraft ist nicht nur umständlicher, sondern auch weniger wirkungsvoll und schwieriger auszuführen als die unter 3. empfohlene Spannart. Es geht dies aus folgenden Überlegungen hervor: Da nach den neuesten Richtlinien auch bei vorübergehend wirksamem Mehrspannen nur um 5% überspannt werden darf, können auch nur etwa 5% Reibungsverlust zum Verschwinden gebracht werden. Da nun aber auch

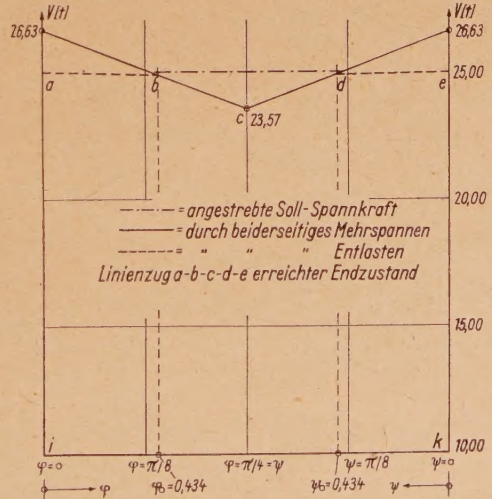


Bild 8.

das Nachlassen der Spannkraft nur 5% der Soll-Spannkraft betragen kann, ergeben sich für das Entspannen äußerst geringe und kaum mehr ausführbare Nachlaßlängen.

Man sollte deshalb grundsätzlich nur dort nachspannen, wo der Einfluß der Reibungsverluste am größten ist, das zusätzliche Spannen daher keine Überbeanspruchungen bringen kann. Das Mehrspannen an Stellen, wo die Soll-Vorspannkraft schon erreicht ist, sollte man aber grundsätzlich ablehnen, weil es — wenn auch nur vorübergehend — unnötige und unerwünschte Überbeanspruchungen zur Folge hat.

B. Vorgespannte freiaufliegende Träger und Platten.**1. Spannen an nur einem Spannende.****a) Spanngliedlängskräfte.**

Es gelten die eingangs abgeleiteten Gl. (3) bis (6), die bei Einführung von

$$e^{\mu\varphi} \sim 1 + \mu\varphi + \frac{1}{2}(\mu\varphi)^2 \quad (33)$$

und

$$e^{-\mu\psi} \sim 1 - \mu\psi + \frac{1}{2}(\mu\psi)^2 \quad (34)$$

folgende Formen annehmen:

$$V_{\varphi} \sim V_e \left[1 + \mu\varphi + \frac{1}{2}(\mu\varphi)^2 \right] \quad (3') \quad V_{\psi} \sim V_o \left[1 - \mu\psi + \frac{1}{2}(\mu\psi)^2 \right] \quad (4')$$

$$R_{\varphi} \sim V_o \cdot \mu\psi \left[1 - \frac{1}{2}\mu\psi \right] \quad (5') \quad V_e \sim V_o \left[1 - \mu\alpha + \frac{1}{2}(\mu\alpha)^2 \right] \quad (6')$$

b) Ausziehlängen.

Bei der Ermittlung der Ausziehlängen sind infolge der exzentrischen Führung der Spannglieder auch noch die durch Biegedruckspannungen hervorgerufenen Betonverformungen zu berücksichtigen. Aus dem allgemeinen Ansatz

$$\Delta_o = \int_s^b \varepsilon_s ds + \int_o^b \varepsilon_b ds + \int_o^b \gamma_b a ds \quad (35)$$

erhält man ohne Berücksichtigung der Dehnungsbehinderung durch Reibung mit

$$\varepsilon_s \sim \frac{V_o}{K_s} \quad \varepsilon_b \sim \frac{V_o}{K_b} \quad \gamma_b \sim \frac{M_b}{E_b J_b} \sim \frac{V_o a}{S_b} \quad \Delta_o \sim V_o b \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} \left(c^2 + \frac{4}{3}cf + \frac{8}{15}f^2 \right) \right] \quad (36)$$

Für die Exzentrizitäten a parabolisch verlegter Spannglieder wurde dabei die den jeweiligen Verhältnissen anpaßbare Beziehung

$$a = c + \frac{4f}{b^2} s(b-s) \quad (37)$$

zugrunde gelegt, in der f als Krümmungseil, b als Bogenlänge und c als positiv oder negativ einzuführende Endexzentrizität aufzufassen ist.

Bei Berücksichtigung der Dehnungsbehinderung durch Reibung erhält man mit

$$N_s = V_o e^{-\mu\psi} \quad N_b = N_s \quad M_b = V_o a e^{-\mu\psi} \quad \text{bei Einführung der Gl. (34) und (37) aus Gl. (35)} \quad \Delta_o \sim V_o b \left\{ \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} \left(c^2 + \frac{4}{3}cf + \frac{8}{15}f^2 \right) \right] \left[1 - \frac{\mu\alpha}{2} + \frac{1}{6}(\mu\alpha)^2 \right] \right\} \quad (38)$$

Bei Platten und niederen Trägern mit ziemlich flacher Spanngliedführung kann

$$\alpha \sim \frac{8f}{l}$$

gesetzt werden. Man erhält dann genügend genau:

$$\Delta_o \sim V_o b \left\{ \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} \left(c^2 + \frac{4}{3}cf + \frac{8}{15}f^2 \right) \right] \left(1 - \frac{4f\mu}{l} \right) \right\} \quad (39)$$

c) Streckenweise geradlinig geführte Spannglieder.

Für die Ermittlung der Spanngliedlängskräfte denkt man sich die Bereiche I zusammenhängend. Es gelten dann wieder die Gl. (3) bis (6) bzw. (3') bis (6').

Im Bereich II ist

$$V^{\text{II}} = V \left(\psi = \frac{\alpha}{2} \right) = \text{konst.} \quad (40)$$

Bei der Bestimmung der Ausziehlängen gilt für die zusammengefaßten Bereiche I die Gl. (38) bzw. (39), die Δ_o^{I} liefert.

Die dem Bereich II entsprechende zusätzliche Ausziehlänge Δ_o^{II}

erhält man aus

$$\Delta_o^{\text{II}} \sim V_o l' \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} (c+f)^2 \right] \quad (41)$$

2. Gleichzeitiges und gleichmäßiges Spannen an beiden Spannenden.

Infolge der Symmetrie gilt von jedem Spannende aus die Gl. (4) bzw. (4'), die als Spanngliedlängskraft in Trägermitte für $\psi = \frac{\alpha}{2}$

$$V_{\psi = \frac{\alpha}{2}} = V_e = V_o e^{-\mu \frac{\alpha}{2}} \sim V_o \left[1 - \mu \frac{\alpha}{2} + \mu^2 \frac{\alpha^2}{8} \right] \quad (42)$$

und

$$R = V_o (1 - e^{-\mu \frac{\alpha}{2}}) \sim V_o \mu \frac{\alpha}{2} \left[1 - \mu \frac{\alpha}{4} \right] \quad (43)$$

ergibt.

Für jedes Spannende kann die Ausziehlänge Δ_o aus den Gl. (38) oder (39) bestimmt werden, wenn darin b und α durch $b/2$ und $\alpha/2$ ersetzt wird.

Für den Sonderfall streckenweise geradlinig geführter Spannglieder ist entsprechend in Gl. (41) nur noch statt l' mit $l'/2$ zu rechnen.

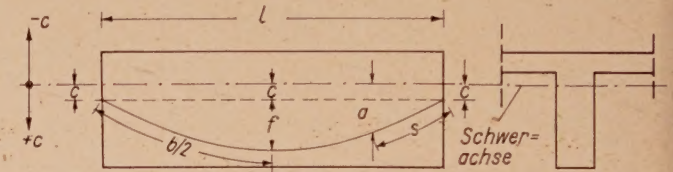


Bild 10.

3. Zeitlich nacheinander erfolgendes Spannen an beiden Spannenden.

Es gelten sowohl für das erste Spannen bei k als auch für das zweite Spannen bei i die eingangs abgeleiteten Gl. (15) bis (22). Durch Reihenentwicklungen für die Ausdrücke mit Exponential- und Hyperbelfunktionen erhält man genügend genau:

$$V_{k\psi} \sim V_{ko} \left[1 - \mu\psi + \frac{1}{2}(\mu\psi)^2 \right] \quad (15')$$

$$V_{i\varphi} \sim V_{io} \left[1 - \mu\varphi + \frac{1}{2}(\mu\varphi)^2 \right] - V_{ko} \cdot \mu\varphi \left[1 + \frac{1}{6}(\mu\varphi)^2 \right] \quad (21')$$

Für die dem ersten Spannen entsprechende Ausziehlänge Δ_{ko} gilt Gl. (38) bzw. (39).

Für die dem zweiten Spannen entsprechende Ausziehlänge Δ_{io} erhält man als erweiterte Gl. (24)

$$\Delta_{io} \sim b_{\varphi} \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} \left(c^2 + \frac{4}{3}cf + \frac{8}{15}f^2 \right) \right] \left[V_{io} - \frac{1}{2}\mu\varphi (V_{io} + V_{ko}) \right] \quad (44)$$

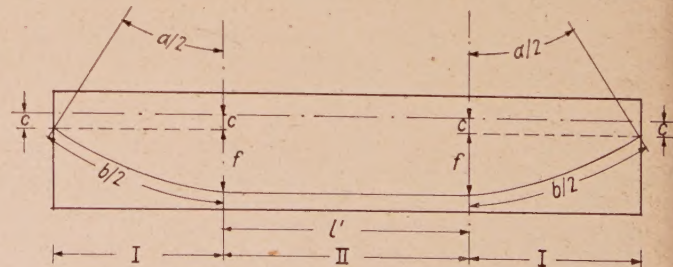


Bild 11.

Ist nach Gl. (22) $\varphi_0 \geq \alpha$, so ist in Gl. (44) $\varphi = \alpha$ und $b_{\varphi} = b$ einzusetzen. Ist aber $\varphi_0 < \alpha$, so muß $\varphi = \varphi_0$ und $b_{\varphi} = b_{\varphi_0}$ eingesetzt werden.

Für den Sonderfall symmetrisch, aber streckenweise geradlinig verlegter Spannglieder gelten für die Bestimmung von Δ_{ko}^{I} und Δ_{io}^{I} die Gl. (38), (39) und (44) und für die Ermittlung von Δ_{ko}^{II} und Δ_{io}^{II} die Beziehungen

$$\Delta_{ko}^{\text{II}} \sim V_{ko} l' \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} (c + f)^2 \right] \quad \dots (45)$$

$$\Delta_{io}^{\text{II}} \sim V_{io} l' \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} (c + f)^2 \right] \quad \dots (46)$$

4. Einseitiges Mehrspannen und anschließendes Entspannen bis zur Einstellung der Soll-Spannkraft V_o am Ziehende des Spanngliedes.

Für das Anspannen mit einer vorübergehend größeren Spannkraft $\bar{V}_o > V_o$ gelten die Gl. (3) bis (6) bzw. (3') bis (6') sinngemäß. Für den Vorgang des Entspannens können die Gl. (28) und (29) verwendet werden.

Durch Reihenentwicklungen nimmt Gl. (28) die Form an:

$$\mathfrak{Q}_\psi \sim \mathfrak{Q}_o \left[1 + \mu\psi + \frac{1}{2}(\mu\psi)^2 \right] - \bar{V}_o \mu \psi \left[1 + \frac{1}{6}(\mu\psi)^2 \right] \quad \dots (47)$$

Die der Spannkraft $\bar{V}_o$ entsprechende Ausziehlänge $\bar{\Delta}_o$ erhält man nach Gl. (38) aus

$$\bar{\Delta}_o \sim \bar{V}_o b \left\{ \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} \left(c^2 + \frac{4}{3}cf + \frac{8}{15}f^2 \right) \right] \left[1 - \frac{1}{2}\mu\alpha + \frac{1}{6}(\mu\alpha)^2 \right] \right\} \quad \dots (48)$$

Die der Entspannungskraft $\mathfrak{Q}_o$ entsprechende Nachlaßlänge δ_o erhält man aus der erweiterten Gl. (32) mit

$$\delta_o \sim b_\psi \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} \left(c^2 + \frac{4}{3}cf + \frac{8}{15}f^2 \right) \right] \left[\mathfrak{Q}_o + \frac{1}{2}\mu\psi(\mathfrak{Q}_o - \bar{V}_o) \right] \quad \dots (49)$$

Ergibt sich aus Gl. (29) $\psi_o \geq \alpha$, so ist in Gl. (49) $\psi = \alpha$ und $b_\psi = b$ einzusetzen.

Wird $\psi_o < \alpha$, so muß aber $\psi = \psi_o$ und $b_\psi = b_{\psi_o}$ eingesetzt werden.

5. Reibungsverluste infolge einer beim Spannvorgang fortschreitend einwirkenden ständigen Last.

Vor dem Herstellen des Verbundes wirken die Spannglieder bei der Aufnahme der ständigen Last bekanntlich als Zugband. Infolge der beim Spannen eintretenden Entlastung des Lehrgerüsts und insbesondere durch ein mit dem Spannvorgang fortschreitendes Absinken des Lehrgerüsts entstehen bei parabolisch geführten Spanngliedern Umlenkkräfte infolge ständiger Last, die — vor allem bei weitgespannten Tragwerken — die Reibungsverluste spürbar vergrößern können.

Im folgenden werden nun vereinfachte Beziehungen entwickelt, durch die überprüft werden kann, ob und wann die durch ständige Lasten verursachten und spannkraftvermindernden Reibungsverluste vernachlässigbar gering werden.

Denkt man sich die einzelnen Spannglieder durch ein in die Schwerachse der Spannstahlflächen verlegtes Spannglied gleichen Gesamtquerschnittes ersetzt, so läßt sich die Zugbandkraft Z_g infolge ständiger Last aus

$$Z_g = \max \mathfrak{M}_g \frac{2(5c + 4f)}{15 S_b \left[\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_b} + \frac{1}{S_b} \left(c^2 + \frac{4}{3}cf + \frac{8}{15}f^2 \right) \right]} \quad (50)$$

berechnen.

Darin bedeutet $\max \mathfrak{M}_g$ das in Trägermitte vorhandene Größtmoment infolge der vor Herstellung des Verbundes wirkenden ständigen Last.

Bezeichnet man nun die durch das Spannen im Zeitpunkt t erreichte Vorspannkraft mit V_{ot} und die zu diesem Zeitpunkt vorhandene Zugbandkraft mit Z_{gt} , so ist bei linear angenommener Zunahme beider Einflüsse

$$Z_{gt} = \frac{Z_g}{V_o} V_{ot} = C V_{ot} \quad \dots (51)$$

Im Zeitpunkt t des Vorspannens gilt nun die Gleichgewichtsbedingung

$$dV_{\psi t} = \mu (V_{\psi t} + C V_{ot}) d\psi \quad \dots (52)$$

die, wenn man genau genug

$$V_{ot} \sim V_{\psi t}$$

setzt

$$V_{\psi t} = V_{ot} e^{-\mu(1+C)\psi} \quad \dots (53)$$

ergibt und nach Beendigung des Spannvorganges

$$V_\psi = V_o e^{-\mu(1+C)\psi} \quad \dots (54)$$

$$V_\psi = \alpha = V_e = V_o e^{-\mu(1+C)\alpha} \quad \dots (55)$$

und

$$R = V_o - V_e = V_o [1 - e^{-\mu(1+C)\alpha}] \quad \dots (56)$$

liefert.

Die nach dem Spannen und Einwirken der ständigen Last vorhandene Spanngliedlängskraft $N_{s\psi}$ an einer Stelle ψ erhält man dann aus:

$$N_{s\psi} = V_o e^{-\mu(1+C)\psi} + Z_g \quad \dots (57)$$

C. Schlußbemerkungen.

Es wird zunächst noch darauf hingewiesen, daß die für die Spannrten 3. und 4. entwickelten Beziehungen unter denselben Voraussetzungen abgeleitet wurden wie die für die Spannrten 1. und 2. bekannten und heute zur Bestimmung von Reibungsverlusten allgemein benützten Ansätze.

Um für die Abschätzung der Reibungsbeiwerte μ und auch zur Bestätigung der theoretisch gewonnenen Erkenntnisse möglichst viele Erfahrungswerte zu erhalten und dadurch unzutreffende oder zu ungünstige Annahmen zu vermeiden, erscheinen an Bauwerken durchzuführende Versuche vorläufig noch genau so wichtig zu sein wie beispielsweise die Überprüfung der erreichten Betonfestigkeiten durch Probewürfel.

Über die vom Verfasser entwickelten und erprobten Verfahren und Meßelemente für die versuchstechnische Ermittlung der sowohl in Spanngliedern als auch in einzelnen Drähten von Spannbündeln erreichten und auftretenden Spannstahlbeanspruchungen wird in einer besonderen Abhandlung berichtet werden.

Da man in der Praxis im Anschluß an das Spannen eines Spanngliedes mit starker Dehnungsbehinderung schon des öfteren einen nachträglichen Rückgang der Spannkraft beobachtet hat, könnte durch genauere Spannkraftmessungen an beiden Spanngliedenden festgestellt werden, inwieweit ein derartiger Spannkraftabfall am Ziehende als selbsttätig nachwirkender Abbau von örtlich größeren Dehnungsbehinderungen aufzufassen ist. In solchen Fällen und auch ganz allgemein wäre es dann wichtig zu untersuchen, ob sich durch künstliche Erschütterungen, z. B. durch Aufstellen und Ingangsetzen eines Kolbenkompressors, dieser erwünschte Abbau vergrößern und beschleunigen läßt.

Zur Überprüfung des Spannkraftverlaufes bei den verschiedenen Spannrten werden zur Zeit Versuche durchgeführt, über die in einer besonderen Abhandlung berichtet werden wird.

Spannbetonbrücke mit HWR^{*)}-Spannköpfen.

Von Dr.-Ing. Hans Erich Kayser, Frankfurt a. M.

Zur Verbindung des alten und neuen Ortsteiles von Bürgstadt bei Miltenberg am Main wurde über die Erf, einem Nebenfluß des Mains, eine neue Straßenbrücke der Brückenklasse 45 in Spannbeton erbaut. Die Brücke hat eine Spannweite von 25 m und eine Gesamtbreite von 8,90 m. Das Tragwerk, eine Plattenbalken-Konstruktion mit 2 Hauptträgern von je 0,44 m Breite und 1,50 m mittlerer Konstruktionshöhe, ist längs und quer vorgespannt (s. Bild 1 und 2).

Das für die Hauptträger maßgebende Moment in Brückenmitte beträgt 1236 tm. Der Bemessung wurde der 7. Entwurf (Januar 1950) der Spannbetonrichtlinien DIN 4227 zugrunde gelegt. Die über die ganze Brückenlänge konstant gehaltene Spannkraft von 1152 t

ist so bemessen, daß unter ständiger Last nach dem Kriechen und Schwinden volle Vorspannung und unter ständiger Last plus Verkehrslast beschränkte Vorspannung vorliegt. Als größte Betonzugspannung ist 23 kg/cm² errechnet und als größte Betondruckspannung vor dem Kriechen und Schwinden 115 kg/cm².

Nach Fertigstellung der Widerlager mit den auskragenden Flügeln wurde das Tragwerk auf einem geramten Untergerüst eingeschalt. Dabei blieben die Außenseiten der Hauptträger zunächst unverändert, um die Spannglieder besser und genauer verlegen zu können.

Für die Längs- und Quervorspannung wurden Spannglieder mit 25 t Tragkraft in der erforderlichen Länge vom Hüttenwerk Rheinhäusen mit einseitig aufgezogenem HWR-Spannkopf geliefert. Der

*) Hüttenwerk Rheinhäusen.

Spannkopf besteht aus einem Kernstab mit Gewinde und einer über Kernstab und Spanndrähte auf den Kern aufgeschraubten Hülse, die durch das Überziehen eines Ziehringes plastisch verformt wird und die Drähte unlösbar an den Kernstab preßt (Bild 3).

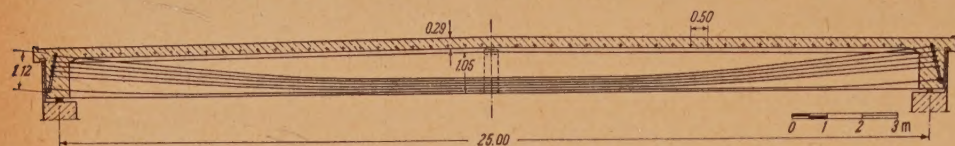


Bild 1. Längsschnitt.

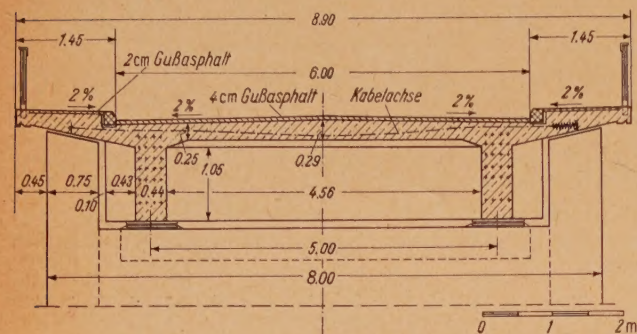


Bild 2. Querschnitt.

Weiter wird die Verankerung der Spanndrähte durch eine Querrillung des Kernstabes verbessert, durch die auch ein zu plötzlicher Übergang der Zugkraft von den Drähten auf den Spannkopf vermieden wird.

Die Spannglieder hatten 13 Einzeldrähte aus Sigma-Stahl 145/165



Bild 4. Spannkopf und Blechtrompete für die Umhüllung.

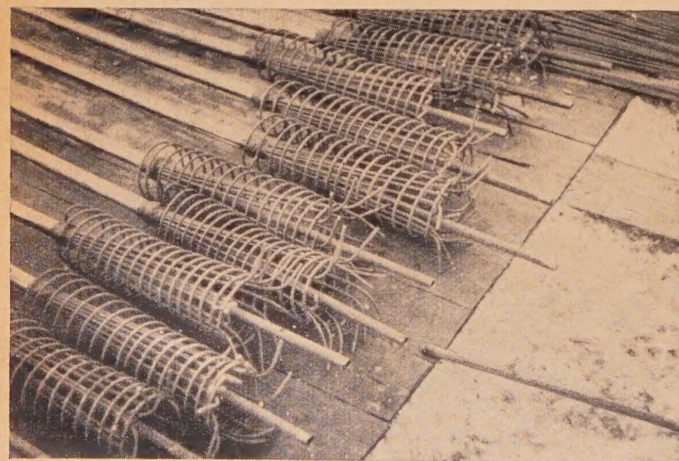


Bild 5. Haftverankerung, Pinsel mit Umschnürung und Einpreßbröhrchen.

mit 5,2 mm Durchmesser. Sie wurden in Ringen auf die Baustelle geliefert und zum Schutz gegen Verschmutzung und Feuchtigkeit auf einem Holzboden gelagert und mit Zeltplanen abgedeckt. Zum Fertigmachen wurden die Drahtbündel auf der Schalung der Fahrbahnplatte ausgelegt, die 13 Einzeldrähte mit einer besonderen Vorrichtung geordnet und die Abstandhalter in Form von kleinen Rohrstücken eingebaut. Anschließend wurden die Umhüllungsrohre

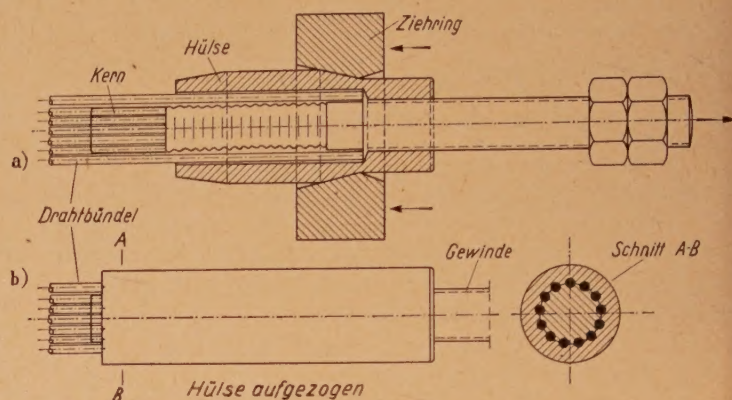


Bild 3. System des HWR-Spannkopfes.

von 30 mm Durchmesser aufgeschoben und miteinander dicht verschraubt. Nach Herstellung der pinselförmigen umschnürten Enden für die Haftverankerung und Einbau der Auspreßbröhrchen wurden die Glieder verlegt (Bild 4 und 5).

Die Spannglieder waren wechselseitig angeordnet, d. h., ein Glied hatte seinen Spannkopf auf der einen Seite, das nächste seinen auf der gegenüberliegenden Seite (vgl. auch Bild 6 und 7).

Bei den Hauptträgern mit je 24 Spanngliedern waren die Spannköpfe in einer gemeinsamen Unterlagsplatte angeordnet. Die Platte hatte 12 Bohrungen zum Durchführen des Gewindeteiles der Spannköpfe und 12 kleinere Bohrungen für die Auspreßbröhrchen (Bild 6). Für die Quervorspannung hatte jedes der in 50 cm Abstand verlegten Spannglieder seine eigene Ankerplatte (Bild 7).

Der Beton der Güteklasse B 300 bestand aus 4 Körnungen Mainkiessand mit 310 kg Zement Z 325 und 1,5 kg Plastiment/m³. Der Überbau wurde Ende Januar 1953 bei Temperaturen über 0° betoniert. Da aber eine Frostperiode vorgegangen war, wurden die Zuschlagstoffe mit Dampf und das Anmachwasser in Koksöfen vorgewärmt. Die Einbautemperatur des Betons betrug 16°.

Nach dem Betonieren wurde die ganze

Brücke mit Zeltplanen abgedeckt und der Beton feucht gehalten. Trotz später eintretenden Frostes bis -5° blieben die Temperaturen auf der Brückenoberfläche immer über +6°.

Nach 2 1/2 Wochen wurde die Brücke zuerst quer, dann längs vorgespannt. Der Vorspanntermin wurde auf Grund der Erhärtungs-



Bild 6. Ankerplatte am Hauptträgerende.

prüfung bestimmt. Die Probewürfel wurden im Freien auf dem betonierten Bauwerk gelagert, also unter Erhärtungsbedingungen, die bestimmt nicht günstiger waren als für den Beton im Bauwerk. Sie erreichten trotzdem nach 14 Tagen eine mittlere Würfeldruckfestigkeit von 345 kg/cm^2 .

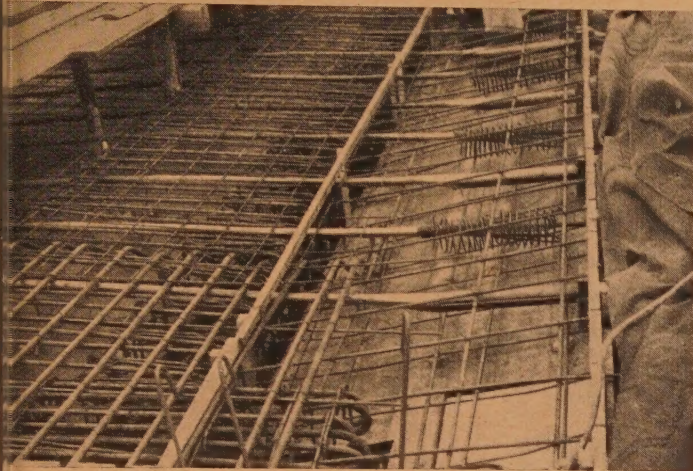


Bild 7. Querspannglieder der Fahrbahnplatte.

vorberechnete Maß aus dem Beton gezogen und durch eine Mutter mit gelochter Unterlagsscheibe gegen die einbetonierten stählernen Unterlagssplatten abgestützt (Bild 8).

Der Spannweg wurde am Gewinde des Spannkopfes gemessen, an der Presse mittels mechanischen Zählwerkes abgelesen und weiter



Bild 9. Fertiges Bauwerk.

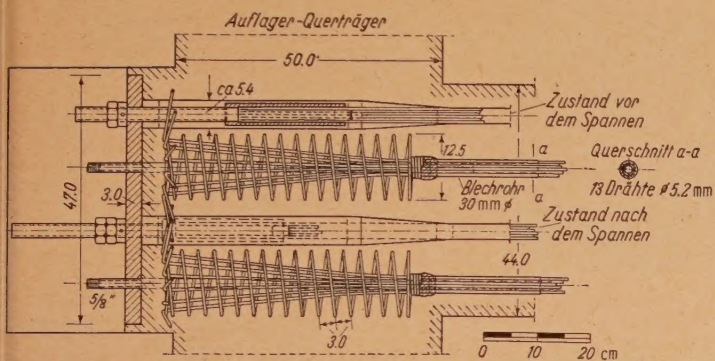


Bild 8. Skizze des Spannkopfes vor und nach dem Spannen am Hauptträgerende.

Zum Spannen der Glieder wurde die Zugspindel der Spannpressen auf den Kernstab aufgeschraubt und darüber dann die Presse gestülpt. Der Spannkopf wurde beim Spannen um das erforderliche

durch Ablesung der Spannkraft am geeichten Manometer überprüft. Der Überbau hob sich beim Spannen entsprechend der Vorbereitung vom Lehrgerüst ab. Im Anschluß an das Vorspannen wurden die Spannglieder mit Wasser durchgespült und dann mit Zementleim geeigneter Zusammensetzung und Konsistenz ausgepreßt und somit der nachträgliche Verbund zwischen Spanngliedern und Beton hergestellt.

Nach Fertigstellung der vorgespannten Konstruktion wurden die Kanten der Fußwegkonsole und die Endabschlüsse der Hauptträger betoniert. Auf eine Abdichtung der Fahrbahnplatte und Fußwegkonsolen wurde verzichtet und lediglich ein Hartgußasphaltbelag von 4 cm auf die Fahrbahn und 2 cm auf die Fußwege aufgebracht. Das Geländer ist in Stahlleichtbauweise ausgeführt (Bild 9).

Entwurf, Planbearbeitung, Berechnung und Ausführung dieser Brücke waren der Philipp Holzmann A.G., Frankfurt a. M., übertragen. Das Spannverfahren mit den HWR-Spannköpfen hat sich bewährt. Es ist einfach in der Ausführung und technisch einwandfrei.

Bestimmung der Übertragungslänge bei Spannbeton-Fertigträgern.

Von Professor Dr.-Ing. Kurt Gaede und Dipl.-Phys. Ernst Walloschke, Hannover.

1. Bekannt gewordene Meßverfahren.

M. Roß¹⁾ berichtet über die Ausführung von Messungen zur Bestimmung der Übertragungslänge der Vorspannung vom Stahl auf den Beton bei im Spannbett hergestellten Stahlbeton-Fertigbalken. Nach dem Entschalen der Balken, aber vor dem Entspannen der im Spannbett gespannten Bewehrung wurden in der Nähe der Enden der einzelnen Träger auf den Beton Huggenberger-Tensometer aufgesetzt und die Verformung der Betonoberfläche während des Entspannens der Spannglieder gemessen. Die Verformung nimmt von dem Endquerschnitt des Fertigbalkens nach der Mitte des Balkens hin zu. Die Spannkraft der Spannstähle kann dort als vollkommen übertragen angesehen werden, wo die durch die Tensometer gemessene Verkürzung des Betons den Größtwert erreicht und sich für den weiteren Abschnitt des Betonträgers nicht mehr ändert. Es sind dabei Übertragungslängen für Runddrähte mit einem Durchmesser von 2 bis 3 mm etwa gleich dem 170- bis 240-fachen ihres Durchmessers festgestellt worden. An Stelle von Tensometern kann man auch Setzdehnungsmesser, Meßstreifen oder andere geeignete Meßgeräte verwenden.

Ein grundsätzlich abweichendes Verfahren beruht auf der Messung von Längenänderungen der Stahleinlagen und nicht des Betons.

Die Anbringung von Dehnungsmeßstreifen an den Spanngliedern stößt bei den in der Regel vorliegenden dünnen Stählen auf kaum zu überwindende Schwierigkeiten. Man hat deshalb die Spannglieder durch Aussparungen im Beton von außen her zugänglich gemacht, wobei diese Fenster entweder schon beim Betonieren ausgespart oder nachträglich hergestellt wurden. Durch Tensometer oder andere Meßgeräte wird die Dehnungsänderung des Stahls gemessen. Diese Versuchsanordnung hat den entscheidenden Nachteil, daß der Spannungszustand gerade an der wichtigsten Stelle — Haftung zwischen Beton und Stahl — grundlegend geändert wird. Beobachtung an der Betonoberfläche erscheint deshalb als der bessere Weg.

Abweichend von den eingangs erwähnten Versuchen sollte in dem Institut für Bauingenieurwesen der Technischen Hochschule Hannover an einem fertig vorgespannten Stahlbetonträger nachträglich die Übertragungslänge festgestellt werden. Es wurde so vorgegangen, daß der Träger durchgeschnitten und dabei die Veränderung des Dehnungszustandes an der Betonoberfläche gemessen wurde. Es war zu erwarten, daß in dem mittleren Gebiet des abgetrennten Trägereils durch das Durchschneiden des Betonquerschnitts der vorhandene Spannungszustand sich nicht ändert, daß nur beiderseits der Schnittstelle auf eine beschränkte Länge eine Entspannung des Betons unter Verschiebung gegen die Stahl-

¹⁾ Vorgespannter Beton. Bericht Nr. 155 der Eidgen. Materialprüfungsanstalt in Zürich, 1946.

bewehrung eintreten wird. Die Stellen, wo die Längenänderung endet, begrenzen die Übertragungslänge.

2. Durchführung der Messung.

Die Schwierigkeit bestand im wesentlichen in der Art des Durchtrennens des Trägers und der Vermeidung von Störungen an den Meßgeräten durch die zur Teilung des Trägers notwendige mechanische Arbeit. Bei den unvermeidlichen Erschütterungen sind Störungen an Tensometern, etwa nach Bauart Huggenberger, zu befürchten. Beim Durchsägen des Betonquerschnitts muß außerdem im allgemeinen mit Wasserspülung gearbeitet werden. Der Beton wird dabei feucht und verformt sich durch Quellen. Deshalb wurde trocken gearbeitet. Zunächst wurden mit dem Bosch-Hammer und geeigneten Bohrgeräten Löcher durch den Träger gebohrt und dann mit Stahlmeißel und Hammer erweitert bis zur vollkommenen Trennung des Betonquerschnitts.

Zur Messung der Dehnungen wurden mit Rücksicht auf die Erschütterungsempfindlichkeit von Tensometern Dehnungsmeßstreifen benutzt. Um den Einfluß der Betonfeuchtigkeit auf die Meßstreifen möglichst zu vermeiden, wurde der Beton an den durch Abschleifen geglätteten Meßstellen mit einem in einem Lösungsmittel gelösten Bitumen bestrichen. Das auf der Oberfläche befindliche Bitumen

10 000 kg/cm² gespannt und ergeben, in der üblichen Weise nach Navier gerechnet, die in Bild 1 angedeutete Spannungsverteilung. Danach ist der spätere Untergurt mit etwa 150 kg/cm² auf Druck vorgespannt. Am Obergurtrande ist eine unbedeutende Zugspannung vorhanden.

Beim Durchschneiden des Trägers waren hiernach nur an der Kante des Untergurts nennenswerte Spannungs- und damit auch Dehnungsänderungen zu erwarten.

4. Anordnung der Meßstellen.

Nach den vorliegenden Berichten (Abschn. 1) war mit einer Übertragungslänge von etwa 60 cm zu rechnen. Dementsprechend wurden die Meßstreifen in Abständen von 8, 28, 48 und 68 cm von den in Aussicht genommenen Schnittstellen aufgeklebt.

5. Versuchsergebnisse.

Nach Durchführung des Schnitts (Bild 2) zeigten sich an keinem der Meßstreifen nennenswerte Dehnungen. Daraus konnte zweierlei geschlossen werden: Entweder war eine Vorspannung in dem Fertigbetonträger nicht oder nur in so bescheidenem Maße vorhanden, daß sie sich beim Durchtrennen durch Entspannung in der Nähe der Schnittstellen nicht bemerkbar machen konnte, oder die Übertragungslänge war wesentlich kleiner als angenommen war.

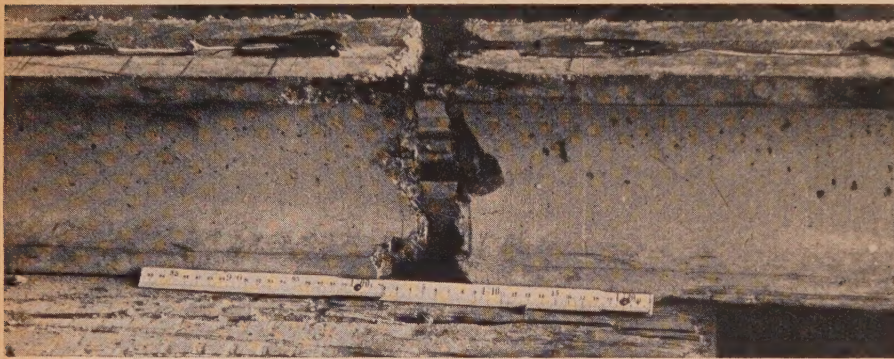


Bild 2. Spannbetonträger durchtrennt.

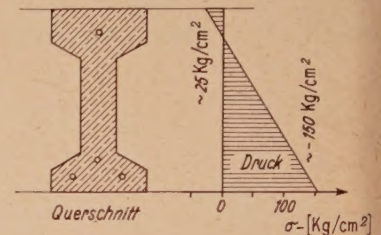


Bild 1. Querschnitt des Versuchsträgers und rechnerisch vorausgesagte Vorspannung des Betons.

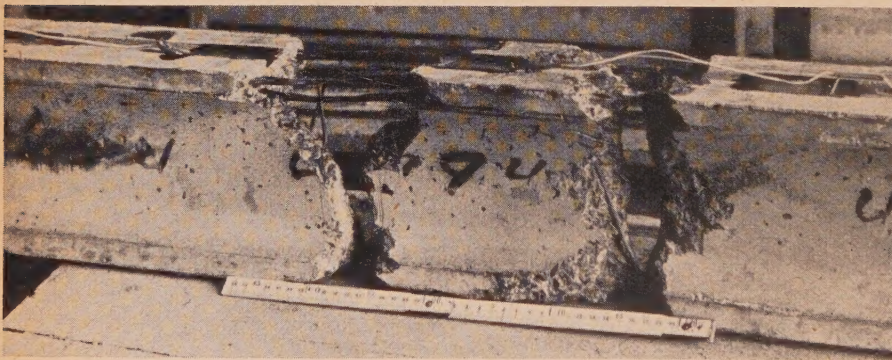


Bild 3. Beton bis nahe an den Meßstreifen fortgestemmt.

wurde durch Abreiben mit in Benzol und im Anschluß daran in Alkohol getränktem Filterpapier beseitigt und die Oberfläche gereinigt. Auf die so vorbereitete Betonoberfläche, die vorher außerdem mit einem Rotstrahler etwa ½ Stunde lang auf etwa +100° C gehalten und dadurch getrocknet war, wurden Dehnungsmeßstreifen in üblicher Weise aufgeklebt und gegen Feuchtigkeit Zutritt von außen mit flüssigem Paraffin überstrichen.

Diese Ausführung hat sich gut bewährt. Die sonst befürchtete Störung durch Feuchtigkeitsaufnahme der Dehnungsmeßstreifen wurde nicht beobachtet. Vergleichsmessungen ergaben über mehrere Tage mit großer Genauigkeit (0,01 %) wiederholbare Ergebnisse.

3. Beschreibung des Trägers.

Es handelt sich um einen I-förmigen Stahlbeton-Fertigbalken (Hersteller J. Reeh A. G., Dillenburg), der in dem Untergurt mit mehreren verdrehten Litzen aus einem hochfesten Stahldraht (ϕ 2 und 2,6 mm) und im Obergurt mit einer solchen Litze bewehrt ist. Sämtliche Litzen sind im Spannbett mit rund

Um dies nachzuprüfen, wurde der Beton an der Schnittstelle schrittweise weiter entfernt, bis man unmittelbar an den Meßstreifen herangelangte (Bild 3).

Bei diesem Vorgehen zeigte der betr. Meßstreifen eine zunehmende Dehnung (Verlängerung) an, und zwar betrug die Größtverlängerung etwa 0,25 %. In gleicher Weise wurde der Träger auch in der Nähe anderer Meßstreifen durchstempelt und auch hier der Beton schrittweise weiter weggespitzt. In allen Fällen ergab sich ein ähnliches Bild. Die Ergebnisse sind in Bild 4 zeichnerisch aufgetragen.

Die Meßstreifen wurden weiter beobachtet. Es zeigten sich an den in der Nähe der Trennstellen angebrachten Meßstreifen Veränderungen, die später langsamer zunahm, ohne schon innerhalb der Berichtszeit einen asymptotischen Endwert erreicht zu haben.

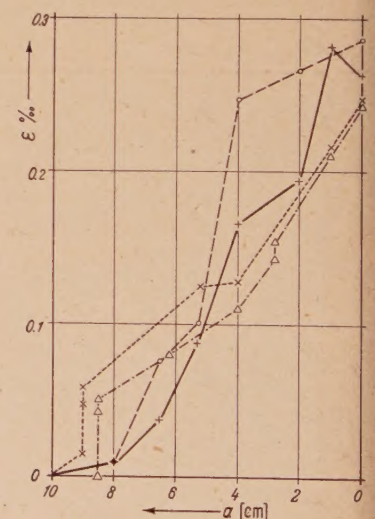
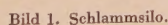


Bild 4. Dehnung ϵ des Betons als Funktion des Abstandes a der Schnittfläche vom Meßstreifen.

Nach diesen Beobachtungen beträgt die Übertragungslänge bei dem geprüften Spannbetonträger aus Beton B 600 mit Spannstählen aus Litzen mit Drähten $\phi 2,0$ und $2,6$ mm für eine Beobachtungszeit von 6 Wochen etwas mehr als 12 cm, aber weniger als 28 cm.

Von Dr.-Ing. Rudolf Ohlig, Wiesbaden.

stellung vereinfacht. Lassen sich so durch konstruktive Maßnahmen unter Ausnutzung der allseitigen Plattenstützung wirtschaftliche Vorteile erzielen, so ist dies in noch erhöhtem Maß der Fall, wenn die Behälter neben ihrer eigentlichen Aufgabe, das Füllgut auf-



Schlammstilo.
Bild 1 stellt eine Gruppe von drei Behältern dar. Die Silos dienen

zur Aufnahme von Dickschlamm bei der Naßaufbereitung der Rohstoffe für die Zementherstellung. Sie haben bei einer Gesamthöhe von rd. 18,50 m einen äußeren Durchmesser von 6,85 m. Die Wanddicke des zylindrischen Teils nimmt von 20 cm an der Behälteroberkante bis auf 30 cm am Anschluß des trichterförmigen Teils zu. Die anschließende Kegelschale hat eine gleichbleibende Dicke von 30 cm. Jeder Behälter ist einestils auf 6 Säulen aufgelagert, zum andern Teil auf einer Stützmauer, die gleichzeitig den Abschluß des anschließenden Klinkerlagers bildet. Auf diese Weise ist die Zylinderschale zugleich die Tragkonstruktion, die neben ihrem Eigengewicht auch die Lasten des Trichterbodens und der Füllung auf die Stützen bzw. Stützmauer abführt. Hierzu ist sie infolge ihrer Höhe und der Aussteifung durch die angehängte Kegelschale vorzüglich geeignet. Die aus dem Zusammenhang zwischen Zylinder- und Kegelschale bei Behälterfüllung erwachsenden Momente in Richtung der Erzeugenden wurden in bekannter Weise ermittelt¹⁾. Das Raumgewicht des Füllguts ist dabei zu 1,75 t/m³ angenommen. Der Berechnung liegt ferner ein Temperaturunterschied von 20° C zugrunde. Die größten auftretenden Ringzugspannungen des Stahlbetonverbundquerschnitts betragen rd. 25 kg/cm², während Biegezugspannungen bis zu rd. 35 kg/cm² auftreten. Die Forderung, Zug- und Biegezugspannungen nur beschränkt zuzulassen, ergibt bei hohen Behältern mit schlaffer Bewehrung zwangsläufig ein Anwachsen der Wanddicke nach unten hin. Wird sie eingehalten, so ist eine Dichtheit des Behälters unter Beachtung der weiterhin noch für wasserdichten Beton maßgebenden Gesichtspunkte ohne weiteres zu erreichen, wie dies auch bei den schon seit fast 15 Jahren in Betrieb befindlichen Silos der Fall ist. Der Grundsatz, die Stahleinlagen so zu bemessen, daß sie imstande sind, die Ringzugkräfte allein aufzunehmen, ist überall eingehalten. Darüber hinaus müssen die ideellen Betonzugspannungen unter der Zugfestigkeit des Betons liegen. Das gleiche gilt für die Biegezugspannungen. Es kommt also darauf an, nicht nur einen möglichst dichten Beton, sondern darüber hinaus auch einen solchen mit hoher Zugfestigkeit herzustellen.

Für den Behälterbau ist ferner das Verhältnis von Zug- und Biegezugfestigkeit (σ_z und σ_{bz}) zur Druckfestigkeit (σ_d) und dasjenige der beiden Zugfestigkeiten untereinander von Interesse.

Liegt der absolute Wert von σ_{bz} unter 50 kg/cm², so kann $\sigma_{bz} \approx \frac{1}{5} \sigma_d$

gesetzt werden; für $\sigma_{bz} = 75$ kg/cm² ist annähernd $\sigma_{bz} \approx \frac{1}{7} \sigma_d$.

Das Verhältnis von Biegezugfestigkeit zur Zugfestigkeit des Betons kann man zu $\sigma_{bz} : \sigma_z \approx 2$ ansetzen.

Zug- und Biegezugfestigkeit des Betons sind in hohem Maß von den Eigenschaften des Zements abhängig²⁾. Dagegen ist der Einfluß des Zementgehaltes nicht so ausschlaggebend, was auf größere Schwindspannungen des fetteren Betons zurückzuführen ist.

Um einen möglichst dichten Beton zu erhalten, sind Zemente zu bevorzugen, die klebrige und schleimige Mörtel liefern. Auch verringert eine

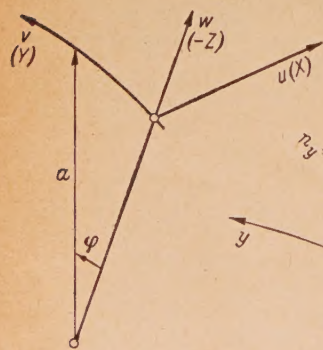


Bild 2. Verschiebungen und Flächenlasten.

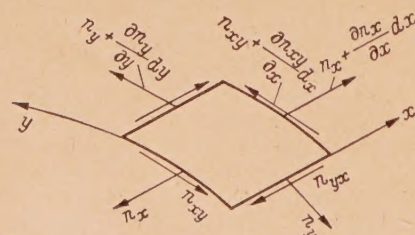


Bild 3. Kräfte der biegeschlaffen Gruppe.

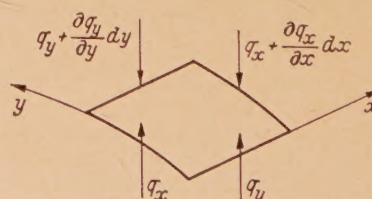


Bild 4. Querkkräfte der biegesteifen Gruppe.

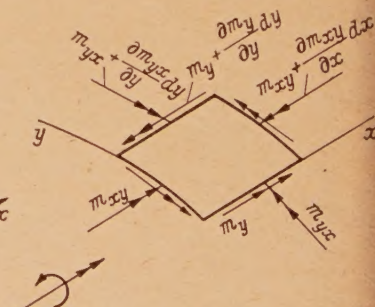


Bild 5. Momente der biegesteifen Gruppe.

reichliche Bewehrung aufgenommen werden. Die Wasserdichtheit von weicherem Beton wird schließlich auch durch die Zugabe von feingemahlenem Traß oder anderen feinen Steinmehlen verbessert. Wichtig ist die gute und gleichmäßige Körnung der Zuschlagstoffe, die möglichst eine raue Oberfläche haben sollen.

Besonderes Augenmerk ist auf die sorgfältige Behandlung der Betonierfugen zu richten, wobei darauf geachtet werden muß, daß der Beton über den Schichtflächen die gleiche Beschaffenheit hat wie im übrigen Bauwerk. Wird also auf der erhärteten unteren Schicht vor dem Weiterbetonieren eine Zementschlämpe aufgebracht, so ist deren Zusammensetzung dem Mörtelgehalt der Mischung anzupassen. Als zweckmäßig hat sich die Ausbildung einer Verzahnung in den horizontalen Arbeitsfugen erwiesen. Die Größe des Wasserzusatzes beeinflusst die Zugfestigkeit weniger als die Druckfestigkeit.

Trotzdem sollte möglichst nur ein Rüttelbeton Verwendung finden. Dazu sind konstruktiv möglichst senkrechte Wände und schwach geneigte Decken erwünscht, so daß der Beton zwischen doppelter Schalung eingebracht oder bei einseitiger Schalung noch gerüttelt werden kann, ohne wegzulaufen.

Selbst bei großer Sorgfalt sind häufig anfänglich undichte Stellen in der Behälterwand vorhanden. Ist der Beton jedoch nur wenig wasserdurchlässig, so kommt es allmählich zu einer Selbstdichtung des Betons; es scheidet sich in ihm freies Kalkhydrat ab, das zum Teil unter Bildung von unlöslichem Kalziumkarbonat zurückbleibt. Diese Erfahrung bestätigt die Praxis immer wieder.

Durch die Auflagerung des Zylindermantels auf Einzelstützen treten erhebliche Einführungsspannungen in der Behälterwand auf. Unter Berücksichtigung der Dachaufbauten und der Behälterfüllung nebst Eigengewicht entsteht im vorliegenden Falle eine Umfangskraft von rd. 56 t/m. Sie greift zum erheblichen Teil längs der unteren Mantellinie des Zylinders an. Es ist von Interesse, wie groß im allgemeinen Fall die hierdurch hervorgerufenen Normalkräfte n_y sowie die Biegemomente in Richtung der Erzeugenden m_x und die Drillungsmomente m_{xy} werden. Die folgende Betrachtung soll sich nur auf die unten offene Zylinderschale erstrecken, ein Fall, der z. B. bei der Anordnung eines am Stahlbetonzylinderrand angehängten, aber dort nicht eingespannten Stahlrichters auftreten kann. Darüber hinaus ist das Problem auch für den Stahlbau von Bedeutung, wenn beispielsweise beim Hochofenbau der Schichtmantel als tragendes Element herangezogen wird³⁾. Der andere Grenzfall ist der, daß eine waagerechte Kreisplatte den unteren Abschluß des Kreiszylinders bildet. Hierdurch wird der untere Schalenrand ausgesteift, wobei die Kreisplatte als waagerechte Scheibe wirkt. Diese Ausführung wird häufig bei Getreidesilos angewendet; die schrägen Trichterflächen werden dann durch einen eingebrachten Magerbeton gebildet.

Die Theorie der biegesteifen Kreiszylinderschale ist bekannt⁴⁾. Bezüglich der Bezeichnungen der Kraft- und Verschiebungsgrößen sei auf Girkmann⁴⁾ verwiesen. Die Schnittkräfte n_x , n_y , n_{xy} und n_{yx} sowie die

Biegemomente m_x , m_y und Drillungsmomente m_{xy} , m_{yx} nebst den Querkraften q_x und q_y , ausgedrückt durch die Verschiebungen u (in der x-Richtung), v (in der y-Richtung) und w (in der z-Richtung)

³⁾ Ingenerf, Stahlbau 19 (1950), S. 25.

⁴⁾ Flugge, Statik und Dynamik der Schalen, Berlin 1934, Jul. Springer. — Dischinger, B. u. E. 34 (1935), S. 257. — Lundgren, Cylindrical Shells, 2. Aufl., Kopenhagen 1951, Danish Technical Press. — Girkmann, Flächentragwerke, Wien 1948, Springer-Verlag.

Steigerung des Zementgehaltes der Mischung die Wasserdurchlässigkeit. Hier weichen also die Anforderungen bezüglich der Zugfestigkeit und Dichtheit voneinander ab. Die Entscheidung wird immer zugunsten des höheren Zementgehaltes fallen, da die Schwindspannungen weitgehend durch die immer vorhandene

¹⁾ Beyer, Die Statik im Stahlbetonbau, 2. Aufl., S. 786, Berlin 1948, Springer-Verlag.
²⁾ Graf, Die Eigenschaften des Betons, S. 139 u.f., Berlin 1950, Springer-Verlag.

sind (Bilder 2 bis 5) unter Vernachlässigung der Querdehnungszahl ν

$$\left. \begin{aligned} n_x &= D \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{K}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ n_y &= D \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{a} \right) + \frac{K}{a} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{a^2} \right) \\ n_{xy} &= \frac{D}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{K}{2a} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ n_{yx} &= \frac{D}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{K}{2a} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ m_x &= K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ m_y &= K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{a^2} \right) \\ m_{xy} &= K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ m_{yx} &= K \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2a} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ q_x &= \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} \\ q_y &= \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1).$$

Hierbei ist $dy = a d\varphi$ usw. und $D = Ed$ die Dehnsteifigkeit, $K = \frac{E d^3}{12}$ die Biegesteifigkeit der Schale von der Dicke d . Vernachlässigt man die durch den Krümmungsradius a dividierten Anteile der Verschiebungen u und v und ihrer Ableitungen bei den Momenten, was bei praktischen Ausführungen fast immer zulässig ist, da sie hier im allgemeinen von höherer Ordnung klein sind wie diejenigen von w , so ergeben sich aus Gl. (1) folgende Näherungswerte:

$$\left. \begin{aligned} n_x &= D \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{K}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ n_y &= D \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{a} \right) + \frac{K}{a} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{a^2} \right) = D \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{a} \right) + \frac{1}{a} m_y \\ n_{xy} &= \frac{D}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{K}{2a} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{D}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{1}{2a} m_{xy} \\ n_{yx} &= \frac{D}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{K}{2a} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = \frac{D}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{2a} m_{xy} \\ m_x &= K \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ m_y &= K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{a^2} \right) \\ m_{xy} &= m_{yx} = K \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ q_x &= \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} \\ q_y &= \frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1a).$$

Aus den beiden letzten Gl. (1a) erhält man

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial q_x}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial q_y}{\partial y} \\ \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} &= \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (2).$$

Die Gleichgewichtsbedingung in der z -Richtung $\Sigma Z = 0$ liefert

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{n_y}{a} + Z = 0$$

Damit erhält man aus (2)

$$K \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^2 w}{a^2 \partial y^2} \right) = - \frac{n_y}{a} - Z$$

Mit der abkürzenden Schreibweise: $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$

ist dann

$$n_y + a K \left(\nabla^4 w + \frac{\partial^2 w}{a^2 \partial y^2} \right) = - Z a \quad (3).$$

Die Gleichgewichtsbedingungen in der x - und y -Richtung lauten

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{yx}}{\partial y} + X &= 0 \\ \frac{\partial n_y}{\partial y} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} - \frac{q_y}{a} + Y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad \text{Hieraus ergibt sich}$$
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n_{yx}}{\partial x \partial y} &= - \frac{\partial X}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n_{xy}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial q_y}{a \partial y} &= - \frac{\partial Y}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (4).$$

Trennt man in den Ausdrücken für n_{xy} und n_{yx} den Anteil der biegeschlaffen Gruppe von denjenigen der biegesteifen:

$$n_{xy} = \mathfrak{N}_{xy} - \frac{1}{2a} m_{xy}$$
$$n_{yx} = \mathfrak{N}_{xy} + \frac{1}{2a} m_{xy}$$

so wird aus (4)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{N}_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2a} \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} &= - \frac{\partial X}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{N}_{xy}}{\partial x \partial y} - \frac{1}{2a} \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} - \frac{1}{a} \frac{\partial q_y}{\partial y} &= - \frac{\partial Y}{\partial y} \\ \frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \mathfrak{N}_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial q_y}{\partial y} &= - \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial^2 n_x}{\partial y^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial q_y}{\partial y} &= - \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (5).$$

Die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma M_y = 0$ ergibt

$$\frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} - q_y = 0.$$

Hieraus folgt durch Differentiation nach y

$$\frac{\partial q_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} = K \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^2 w}{a^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right)$$

Ferner ist

$$\frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} = D \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \frac{K}{a} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}; \quad \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} = D \left(\frac{\partial^3 v}{\partial y^3} + \frac{\partial^2 w}{a \partial y^2} \right) + \frac{K}{a} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^2 w}{a^2 \partial y^2} \right); \quad 2 \frac{\partial^2 \mathfrak{N}_{xy}}{\partial x \partial y} = D \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} \right).$$

Damit ergibt sich

$$\frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \mathfrak{N}_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} = D \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} \right) + \frac{K}{a} \left(- \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^2 w}{a^2 \partial y^2} \right).$$

Setzt man⁵⁾

$$\theta = n_x + n_y = D \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{a} \right) + \frac{K}{a} \left(- \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{w}{a^2} \right),$$

so ist

$$\nabla^2 \theta = D \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} \right) + \frac{K}{a} \left(- \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (6).$$

Aus (5) ergibt sich dann nach einigen Umformungen

$$- \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = \nabla^2 \theta - \frac{D}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$
$$- \frac{K}{a} \left[\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] \quad (7).$$

Nun ist

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \nabla^2 \theta = \nabla^2 \frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} + \nabla^2 \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2}.$$

Aus der zweiten Gl. (5) folgt aber

$$\frac{\partial^2 n_x}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} - \frac{1}{a} \frac{\partial q_y}{\partial y} - \left(\frac{\partial X}{\partial x} - \frac{\partial Y}{\partial y} \right).$$

Drückt man noch q_y durch m_y und m_{xy} gemäß Gl. (1a) aus, so wird schließlich

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \nabla^2 \theta = \nabla^2 \frac{\partial^2 n_y}{\partial y^2} + \nabla^2 \frac{\partial^2 n_y}{\partial x^2} - \frac{1}{a} \nabla^2 \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} - \frac{2}{a} \nabla^2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} - \nabla^2 \left(\frac{\partial X}{\partial x} - \frac{\partial Y}{\partial y} \right)$$

⁵⁾ Jenkins, Theory and Design of Cylindrical Shell Structures London 1947, Modern Building Techniques.

oder

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \nabla^2 \theta = \nabla^4 n_y - \frac{K}{a} \nabla^2 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{\partial^2 w}{a^2 \partial y^2} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) - \nabla^2 \left(\frac{\partial X}{\partial x} - \frac{\partial Y}{\partial y} \right).$$

Dieser Ausdruck, in Gl. (7) eingesetzt, ergibt nach einigen Umformungen

$$\begin{aligned} \nabla^4 n_y - \frac{D}{a} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{K}{a} \left[3 \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial y^2} + 4 \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^4} + \frac{\partial^6 w}{\partial y^6} \right. \\ \left. + \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) \right] = \left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{\partial X}{\partial x} \\ - \left(\nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{\partial Y}{\partial y} \quad (8). \end{aligned}$$

Aus (3) wird

$$\nabla^4 n_y + a K \left(\nabla^8 w + \nabla^4 \frac{\partial^2 w}{a^2 \partial y^2} \right) = -a \nabla^4 Z.$$

Setzt man hier den Ausdruck für $\nabla^4 n_y$ nach Gl. (8) ein, so erhält man schließlich die allgemeine Differentialgleichung 8. Ordnung für die Kreiszyinderschale in der Form

$$\begin{aligned} \nabla^8 w + \frac{1}{a^2} \left[4 \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial y^2} + 6 \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^4} + 2 \frac{\partial^6 w}{\partial y^6} + \frac{1}{a^2} \nabla^4 w \right] + \frac{D}{K a^2} \\ \times \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -\frac{1}{K} \nabla^4 Z - \frac{1}{K a} \left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{1}{K a} \left(\nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{\partial Y}{\partial y} \quad (9). \end{aligned}$$

Bei Ausschluß von Massenkraften wird die rechte Seite dieser Gleichung zu Null. Mit dem Ansatz von Aas-Jakobsen⁶⁾

$$w = W_x \cos m \varphi, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

wo W_x nur eine Funktion von x sein soll, gehen die Ausdrücke für die Momente der Gl. (1a) über in

$$\begin{aligned} m_x &= K \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} \cos m \varphi \\ m_y &= \frac{K}{a^2} (1 - m^2) W_x \cos m \varphi \\ m_{xy} &= -K \frac{m}{a} \frac{\partial W_x}{\partial x} \sin m \varphi. \end{aligned}$$

Im folgenden bedeuten hochgestellte Indizes hinter W die entsprechenden Ableitungen, vor W die Integrationen nach x . Es ist also

$$\begin{aligned} \nabla^8 w &= \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + 4 \frac{\partial^6 w}{\partial x^6 \partial y^2} + 6 \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial y^4} + 4 \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{\partial^8 w}{\partial y^8} \\ &= \left(W_x^{(8)} - \frac{4m^2}{a^2} W_x^{(6)} + \frac{6m^4}{a^4} W_x^{(4)} - 4 \frac{m^6}{a^6} W_x^{(2)} + \frac{m^8}{a^8} W_x \right) \cos m \varphi. \end{aligned}$$

Damit erhält man aus Gl. (9)

$$\begin{aligned} W_x^{(8)} - 4 \frac{m^2}{a^2} W_x^{(6)} + 6 \frac{m^4}{a^4} W_x^{(4)} - 4 \frac{m^6}{a^6} W_x^{(2)} + \frac{m^8}{a^8} W_x \\ + \frac{1}{a^2} \left[-4 \frac{m^2}{a^2} W_x^{(4)} + 6 \frac{m^4}{a^4} W_x^{(2)} - 2 \frac{m^6}{a^6} W_x \right] + \frac{D}{K a^2} W_x^{(4)} = 0. \end{aligned}$$

Schließlich ergibt sich nach gehöriger Zusammenfassung die Differentialgleichung zur Berechnung von W_x :

$$\begin{aligned} a^8 W_x^{(8)} - 4 a^6 m^2 W_x^{(6)} + a^4 W_x^{(4)} \left(\frac{D a^2}{K} + 6 m^4 - 4 m^2 + 1 \right) \\ + a^2 W_x^{(2)} (-4 m^6 + 6 m^4 - 2 m^2) + W_x m^4 (m^2 - 1)^2 = 0. \quad (11). \end{aligned}$$

Mit dem Ansatz $W_x = A e^{\frac{\lambda x}{a}}$ entsteht folgende zugeordnete algebraische Gleichung für die Bestimmung von λ :

$$\lambda^8 - 4 m^2 \lambda^6 + \lambda^4 \left(\frac{D a^2}{K} + 6 m^4 - 4 m^2 + 1 \right) - \lambda^2 (4 m^6 - 6 m^4 + 2 m^2) + m^4 (m^2 - 1)^2 = 0. \quad (12).$$

Diese Gleichung stimmt mit der von Aas-Jakobsen⁷⁾ mittels Iteration berechneten überein. Es sei hier bemerkt, daß man mit dem Ansatz

$$w = W_\varphi \sin \lambda x$$

in ähnlicher Weise die Lösung für die in Richtung der Erzeugenden längs eines Randes $\varphi = \text{const.}$ belasteten Kreiszyinderschale finden

kann, wo W_φ eine Funktion von φ allein ist⁸⁾.

Setzt man zur Lösung von Gl. (12) zunächst

$$\lambda^2 = z \text{ und } k = \frac{K}{D a^2} \quad (13),$$

so erhält man die biquadratische Gleichung

$$\begin{aligned} z^4 - 4 m^2 z^3 + z^2 \left(\frac{1}{k} + 6 m^4 - 4 m^2 + 1 \right) - z (4 m^6 - 6 m^4 + 2 m^2) \\ + m^4 (m^2 - 1)^2 = 0 \quad (14). \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist vom Typ

$$z^4 + a z^3 + b z^2 + c z + d = 0 \quad (15).$$

Benutzt man z. B. zu deren Lösung das Verfahren von Lagrange, so bildet man zunächst die Resolvente⁹⁾

$$\beta^3 + a \beta^2 + b \beta + c = 0,$$

wobei die Beiwerte folgende Form annehmen:

$$a = -b, \quad b = a c - 4 d, \quad c = 4 b d - c^2 - b^2 d.$$

Mit den drei Wurzeln $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ und der Diskriminante $D = a^2 - 4 b$ erhält man die Hilfsgrößen

$$L = \sqrt{D + 4 \beta_1}, \quad M = \sqrt{D + 4 \beta_2}, \quad N = \sqrt{D + 4 \beta_3}$$

und die Wurzeln der biquadratischen Gleichung in der Form

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{4} (M + N - L - a), & \beta &= \frac{1}{4} (N + L - M - a) \\ \gamma &= \frac{1}{4} (L + M - N - a), & \gamma &= \frac{1}{4} (-L - M - N - a). \end{aligned}$$

Bei großen Zahlenwerten von m reicht die Genauigkeit der mit der Rechenmaschine ermittelten Werte nicht mehr aus. Für das weiter unten behandelte Zahlenbeispiel erhält man z. B. für das erste Reihenglied $m = 8$ folgende biquadratische Gleichung:

$$g(z) = z^4 - 256 z^3 + 26\,396 z^2 - 1\,024\,128 \cdot 10^6 z + 16\,370 \cdot 10^6 = 0.$$

Um einen Überblick über die Anzahl der reellen und komplexen Wurzeln dieser Gleichung zu erhalten, kann man eine Sturmsche Kette bilden und erhält hierfür bei $z = -\infty$ und $z = +\infty$ je 2 Zeichenwechsel der Sturmschen Funktionen

$$\begin{aligned} g(z) &= 4 z^3 - 768 z^2 + 52\,792 z - 1\,024\,128 \cdot 10^6 \\ r_1(z) &= -910 z^2 - 76\,576 z + 129\,048 \\ r_2(z) &= -201\,792 z + 1179\,128 \\ r_3(z) &= +349\,000 \end{aligned}$$

Die Bedingungsgleichung $g(z)$ besitzt daher keine reellen Wurzeln.

Allgemein läßt sich zeigen, daß für $m > 2$ und $0 < k \ll 1$ sämtliche Wurzeln der Gl. (14) komplex sind. Um die Realitätsverhältnisse der Wurzeln der biquadratischen Gl. (15) zu untersuchen, bildet man die Diskriminante

$$\theta = \frac{1}{27} (4 i^3 - j^2)$$

wo $i = b^2 + 12 d - 3 a c$ und $j = 2 b^3 + 27 c^2 + 27 a^2 d - 72 b d - 9 a b c$.

Wird ihr Wert positiv und ergeben sich die Resolventenkoeffizienten E und F als negative Zahlenwerte, so sind die Wurzeln komplex. Die Konstanten berechnen sich dabei zu

$$\begin{aligned} E &= 3 a^2 - 8 b \\ F &= 3 a^2 - 16 b + 16 (b^2 + a c - 4 d). \end{aligned}$$

Dies trifft für die oben angegebenen Grenzen von m und k zu.

Bezüglich der mit der Differentialgleichung (9) erreichbaren Genauigkeit kann auf die schon erwähnte Abhandlung von Aas-Jakobsen⁶⁾ verwiesen werden. Beim Vergleich der Gl. (12) mit der Flüggeschen Lösung⁴⁾ lautet die zugeordnete algebraische Gleichung für λ nach kleinen Ergänzungen:

$$\begin{aligned} \lambda^8 - 4 m^2 \lambda^6 + \left[\frac{1}{k} + 4 + 6 m^2 (m^2 - 1) \right] \lambda^4 - 4 m^2 (m^2 - 1)^2 \lambda^2 \\ + m^4 (m^2 - 1)^2 = 0. \end{aligned}$$

Die vier komplexen Wurzeln der Gleichung (14) bzw. (15) sind: $z_1 = \alpha + i \beta$, $z_2 = \alpha - i \beta$, $z_3 = p \alpha + i q \beta$, $z_4 = p \alpha - i q \beta$. Aus den Beziehungen der Wurzelkoeffizienten der biquadratischen Gleichung (15)

⁶⁾ Die von Aas-Jakobsen (a. a. O. S. 397) durch Iteration als 2. Annäherung ermittelte Diff.-Gl. zur Bestimmung von W_φ bedarf im vorletzten und letzten Glied noch einer Korrektur der Beiwerte. — Vergl. auch Berger, B. u. St. 48 (1953), S. 62.

⁷⁾ Dörrie, Kubische und biquadratische Gleichungen, München 1948, Oldenbourg-Verlag.

⁸⁾ Flügge, a. a. O., S. 125.

⁶⁾ Aas-Jakobsen, Bauing. 20 (1939), S. 394 u. f.

⁷⁾ Aas-Jakobsen, a. a. O. S. 402.

$$\begin{aligned} \text{I)} & z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = -a \\ \text{II)} & z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_1 z_4 + z_2 z_3 + z_2 z_4 + z_3 z_4 = -b \\ \text{III)} & z_1 z_2 z_3 + z_1 z_2 z_4 + z_1 z_3 z_4 + z_2 z_3 z_4 = -c \\ \text{IV)} & z_1 z_2 z_3 z_4 = d \end{aligned}$$

entstehen daher die vier Gleichungen:

$$\begin{aligned} \text{Ia)} & 2\alpha(1+p) = -a, & \text{IIa)} & A(1+t^2) + 4p\alpha^2 = b, \\ \text{IIIa)} & 2\alpha A(p+t^2) = -c, & \text{IVa)} & t^2 A^2 = d, \end{aligned}$$

wobei zur Abkürzung $A = \alpha^2 + \beta^2$, $p^2 \alpha^2 + q^2 \beta^2 = t^2 A$ gesetzt ist.

Drückt man in diesen Gleichungen die Werte a , p , A durch die Koeffizienten a bis d der biquadratischen Gleichung aus, so erhält man eine reziproke Gleichung sechsten Grades

$$t^6 - \frac{b}{\sqrt{d}} t^5 + t^4 \left(\frac{ac}{d} - 1 \right) + t^3 \left(\frac{2b}{\sqrt{d}} - \frac{c^2}{d\sqrt{d}} - \frac{a^2}{\sqrt{d}} \right) + t^2 \left(\frac{ac}{d} - 1 \right) - \frac{b}{\sqrt{d}} t + 1 = 0. \quad (16).$$

Diese ist von der Form

$$t^6 + At^5 + Bt^4 + Ct^3 + Bt^2 + At + 1 = 0. \quad (16a).$$

Die Division durch t^3 ergibt

$$t^3 + \frac{1}{t^3} + A \left(t^2 + \frac{1}{t^2} \right) + B \left(t + \frac{1}{t} \right) + C = 0.$$

Mit $y = t + \frac{1}{t}$ erhält man damit die kubische Gleichung

$$y^3 + Ay^2 + (B-3)y + C-2A = 0. \quad (17),$$

deren Lösung in bekannter Weise erfolgt. Ist y bzw. t ermittelt, so ergeben sich die komplexen Wurzeln z_1, z_2, z_3, z_4 aus

$$\left. \begin{aligned} p &= t \frac{ta\sqrt{d}-c}{ct-a\sqrt{d}}, & A &= \frac{\sqrt{d}}{t}, \\ \alpha &= -\frac{a}{2(1+p)}, & \beta^2 &= A - \alpha^2, \\ q &= \frac{\sqrt{t^2 A - p^2 \alpha^2}}{\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (18).$$

Schließlich erhält man die acht Wurzeln der Gleichung (12) zu:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \pm \sqrt{\alpha \pm i\beta} \\ \lambda_2 &= \pm \sqrt{p\alpha \pm iq\beta} \end{aligned} \right\} \quad (19).$$

In Anlehnung an den Ansatz $W_x = A e^{\frac{\lambda x}{a}}$ werden die acht komplexen Wurzeln der Gl. (14) derart zusammengefaßt, daß die Lösung aus je vier gedämpften Schwingungen besteht, die jeweils von einem Rand ausgehen.

Zu diesem Zweck setzt man:

$$\frac{\lambda}{a} = \left(\frac{\eta + i\chi}{\psi + i\omega} \right).$$

Damit wird

$$w = [e^{\eta x} (A \cos \chi x + B \sin \chi x) + e^{\psi x} (C \cos \omega x + D \sin \omega x)] \cos m\varphi. \quad (20).$$

Die n -te Ableitung nach x ergibt sich nach Aas-Jakobsen zu

$$\frac{d^n w}{dx^n} = w_x^{(n)} = [e^{\eta x} (A_n \cos \chi x + B_n \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_n \cos \omega x + D_n \sin \omega x)] \cos m\varphi \quad (21).$$

Hierbei sind die Beiwerte nach folgenden Rekursionsformeln zu berechnen:

$$\left. \begin{aligned} A_n &= \eta A_{n-1} + \chi B_{n-1}, & C_n &= \psi C_{n-1} + \omega D_{n-1} \\ B_n &= -\chi A_{n-1} + \eta B_{n-1}, & D_n &= -\omega C_{n-1} + \psi D_{n-1} \end{aligned} \right\} \quad (22).$$

In ähnlicher Weise sind die Integrationen nach x durchzuführen.

Es wird:

$$w_x^{(n)} = [e^{\eta x} ({}^{(n)}A \cos \chi x + {}^{(n)}B \sin \chi x) + e^{\psi x} ({}^{(n)}C \cos \omega x + {}^{(n)}D \sin \omega x)] \cos m\varphi \quad (23)$$

mit den Rekursionsformeln

$$\left. \begin{aligned} {}^{(n)}A &= \frac{{}^{(n-1)}A\eta - {}^{(n-1)}B\chi}{\eta^2 + \chi^2}, & {}^{(n)}C &= \frac{{}^{(n-1)}C\psi - {}^{(n-1)}D\omega}{\psi^2 + \omega^2} \\ {}^{(n)}B &= \frac{{}^{(n-1)}A\chi + {}^{(n-1)}B\eta}{\eta^2 + \chi^2}, & {}^{(n)}D &= \frac{{}^{(n-1)}C\omega + {}^{(n-1)}D\psi}{\psi^2 + \omega^2} \end{aligned} \right\} \quad (24).$$

Damit erhält man die Gleichungen (25):

$$u = \frac{K}{aD} \left\{ [e^{\eta x} (A_1 \cos \chi x + B_1 \sin \chi x) e^{\psi x} (C_1 \cos \omega x + D_1 \sin \omega x)] \left(1 + \frac{1}{m^2} \right) - [e^{\eta x} ({}^{(1)}A \cos \chi x + {}^{(1)}B \sin \chi x) + \right.$$

$$\left. + e^{\psi x} ({}^{(1)}C \cos \omega x + {}^{(1)}D \sin \omega x) \right] \frac{2(m^2-1)}{a^2} + [e^{\eta x} ({}^{(3)}A \cos \chi x + {}^{(3)}B \sin \chi x) + e^{\psi x} ({}^{(3)}C \cos \omega x + {}^{(3)}D \sin \omega x)] \frac{(m^2-1)^2}{a^4} \Big\} m^2 \cos m\varphi$$

$$v = \frac{K}{D} \left\{ -[e^{\eta x} (A_2 \cos \chi x + B_2 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_2 \cos \omega x + D_2 \sin \omega x)] 2 + [e^{\eta x} (A \cos \chi x + B \sin \chi x) + e^{\psi x} (C \cos \omega x + D \sin \omega x)] \frac{5m^2-2}{a^2} - [e^{\eta x} ({}^{(2)}A \cos \chi x + {}^{(2)}B \sin \chi x) + e^{\psi x} ({}^{(2)}C \cos \omega x + {}^{(2)}D \sin \omega x)] \frac{2(m^2-1)(2m^2-1)}{a^4} + [e^{\eta x} ({}^{(4)}A \cos \chi x + {}^{(4)}B \sin \chi x) + e^{\psi x} ({}^{(4)}C \cos \omega x + {}^{(4)}D \sin \omega x)] \frac{m^2(m^2-1)^2}{a^6} \right\} m \sin m\varphi$$

$$n_x = \frac{K}{a} \left\{ [e^{\eta x} (A_2 \cos \chi x + B_2 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_2 \cos \omega x + D_2 \sin \omega x)] - [e^{\eta x} (A \cos \chi x + B \sin \chi x) + e^{\psi x} (C \cos \omega x + D \sin \omega x)] \frac{2(m^2-1)}{a^2} + [e^{\eta x} ({}^{(2)}A \cos \chi x + {}^{(2)}B \sin \chi x) + e^{\psi x} ({}^{(2)}C \cos \omega x + {}^{(2)}D \sin \omega x)] \frac{(m^2-1)^2}{a^4} \right\} m^2 \cos m\varphi$$

$$n_y = Ka \left\{ -[e^{\eta x} (A_4 \cos \chi x + B_4 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_4 \cos \omega x + D_4 \sin \omega x)] + [e^{\eta x} (A_2 \cos \chi x + B_2 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_2 \cos \omega x + D_2 \sin \omega x)] 2 \frac{m^2}{a^2} - [e^{\eta x} (A \cos \chi x + B \sin \chi x) + e^{\psi x} (C \cos \omega x + D \sin \omega x)] \frac{m^2}{a^4} (m^2-1) \right\} \cos m\varphi$$

$$n_{xy} = K \left\{ -[e^{\eta x} (A_3 \cos \chi x + B_3 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_3 \cos \omega x + D_3 \sin \omega x)] + [e^{\eta x} (A_1 \cos \chi x + B_1 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_1 \cos \omega x + D_1 \sin \omega x)] \frac{2m^2-1}{a^2} - [e^{\eta x} ({}^{(1)}A \cos \chi x + {}^{(1)}B \sin \chi x) + e^{\psi x} ({}^{(1)}C \cos \omega x + {}^{(1)}D \sin \omega x)] \frac{(m^2-1)^2}{a^4} \right\} m \sin m\varphi$$

$$n_{yx} = K \left\{ -[e^{\eta x} (A_3 \cos \chi x + B_3 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_3 \cos \omega x + D_3 \sin \omega x)] + [e^{\eta x} (A_1 \cos \chi x + B_1 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_1 \cos \omega x + D_1 \sin \omega x)] \frac{2(m^2-1)}{a^2} - [e^{\eta x} ({}^{(1)}A \cos \chi x + {}^{(1)}B \sin \chi x) + e^{\psi x} ({}^{(1)}C \cos \omega x + {}^{(1)}D \sin \omega x)] \frac{(m^2-1)^2}{a^4} \right\} m \sin m\varphi$$

$$q_x = K \left\{ [e^{\eta x} (A_3 \cos \chi x + B_3 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_3 \cos \omega x + D_3 \sin \omega x)] - [e^{\eta x} (A_1 \cos \chi x + B_1 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_1 \cos \omega x + D_1 \sin \omega x)] \frac{m^2}{a^2} \right\} \cos m\varphi$$

$$q_y = K \left\{ -[e^{\eta x} (A_2 \cos \chi x + B_2 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_2 \cos \omega x + D_2 \sin \omega x)] + [e^{\eta x} (A \cos \chi x + B \sin \chi x) + e^{\psi x} (C \cos \omega x + D \sin \omega x)] \frac{m^2-1}{a^2} \right\} \frac{m}{a} \sin m\varphi$$

$$m_x = k D a^2 [e^{\eta x} (A_2 \cos \chi x + B_2 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_2 \cos \omega x + D_2 \sin \omega x)] \cos m\varphi$$

$$m_y = k D [e^{\eta x} (A \cos \chi x + B \sin \chi x) + e^{\psi x} (C \cos \omega x + D \sin \omega x)] (1-m^2) \cos m\varphi$$

$$m_{xy} = m_{yx} = -k D a [e^{\eta x} (A_1 \cos \chi x + B_1 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_1 \cos \omega x + D_1 \sin \omega x)] m \sin m\varphi.$$

Am Schalenrand $x=0$ wirken Schubspannungen, die zu den Drillungsmomenten m_{xy} und $m_{yx} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} dy$ zusammengefaßt werden.

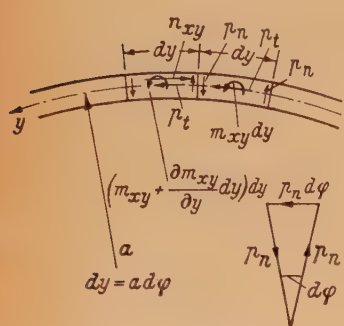
Sie können durch die Kräftegruppe p_n und p_t ersetzt werden. Die Kräfte p_n bilden ein Kräftepaar $p_n dy = m_{xy} dy$. Sie schließen den Winkel $d\varphi$ miteinander ein. Hieraus ergibt sich die Resultierende $p_n d\varphi$. Setzt man nun $p_t = p_n d\varphi$, so wird diese Resultierende wieder getilgt.

Die Kräfte p_t bilden einen Zuschlag zu den Randschubkräften. (Bild 6). Ihre Summe ist die Ersatzschubkraft

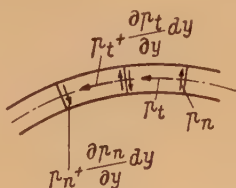
$$t_x = n_{xy} - \frac{p_t}{dy} = n_{xy} - \frac{p_n d\varphi}{dy} = n_{xy} - \frac{m_{xy}}{a}$$

Die Kräfte p_n heben sich zum Teil auf. Es verbleibt als Normalbelastung der Wert $\frac{\partial p_n}{\partial y} dy$. Nun ist $\frac{\partial p_n}{\partial y} dy = \frac{\partial m_{xy}}{\partial y}$. Damit erhält man die Ersatzquerkraft (Bild 7)

$$s_x = q_x + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y}$$

Bild 6. Ersatzschubkraft t_x .

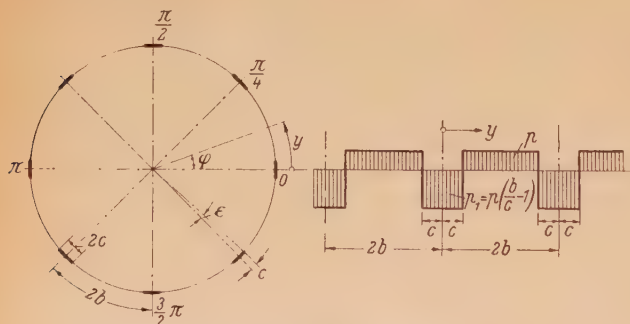
Nunmehr sind noch die Ersatzschub- und die Ersatzquerkraft durch die Funktionen η , χ und ψ , ω auszudrücken. Es ist

Bild 7. Ersatzquerkraft s_x .

$$t_x = K \left\{ \begin{aligned} &[e^{\eta x} (A_3 \cos \chi x + B_3 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_3 \cos \omega x + D_3 \sin \omega x)] + [e^{\eta x} (A_1 \cos \chi x + B_1 \sin \chi x) + \\ &+ e^{\psi x} (C_1 \cos \omega x + D_1 \sin \omega x)] \frac{2m^2}{a^2} - \\ &- [e^{\eta x} (A \cos \chi x + B \sin \chi x) + e^{\psi x} (C \cos \omega x + D \sin \omega x)] \frac{(m^2 - 1)^2}{a^4} \end{aligned} \right\} m \sin m\varphi \quad (26)$$

$$s_x = K \left\{ \begin{aligned} &[e^{\eta x} (A_3 \cos \chi x + B_3 \sin \chi x) + e^{\psi x} (C_3 \cos \omega x + D_3 \sin \omega x)] - [e^{\eta x} (A_1 \cos \chi x + B_1 \sin \chi x) + \\ &+ e^{\psi x} (C_1 \cos \omega x + D_1 \sin \omega x)] \frac{2m^2}{a^2} \end{aligned} \right\} \cos m\varphi \quad (27)$$

Für die durch acht Säulen unterstützte, unten offene Zylinderschale lauten die Randbedingungen am Rande $x = 0$ bei Belastung durch eine Kraft p (Bild 8):

Bild 8. Belastung des Zylinderrandes $x = 0$.

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad n_x &= -\frac{2p}{\varepsilon} \sum_{m=8,16,24}^{\infty} \frac{\sin m\varepsilon}{m} \cos m\varphi \quad \text{mit } \varepsilon = \frac{\pi c}{8b} \\ 2) \quad m_x &= 0 \\ 3) \quad s_x &= 0 \\ 4) \quad t_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Aus diesen Bedingungen können die Koeffizienten A bis D sowie mit Hilfe der Rekursionsformeln (22) und (24) die Beiwerte A_n bis D_n sowie $(n)A$ bis $(n)D$ berechnet werden. Nach längeren Zwischen-

rechnungen erhält man mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{1}{3\eta^2 - \chi^2} \left(2\eta\psi \frac{\eta^2 + \chi^2}{\psi^2 + \omega^2} + \psi^2 - \omega^2 \right) \\ b_m &= \frac{1}{3\eta^2 - \chi^2} \left(2\eta\omega \frac{\eta^2 + \chi^2}{\psi^2 + \omega^2} - 2\psi\omega \right) \\ c_m &= \frac{1}{\chi} \left(\psi \frac{\eta^2 + \chi^2}{\psi^2 + \omega^2} - a_m \eta \right) \\ d_m &= \frac{1}{\chi} \left(b_m \eta - \omega \frac{\eta^2 + \chi^2}{\psi^2 + \omega^2} \right) \\ e_m &= -a_m \eta \left(\eta^2 - 3\chi^2 - \frac{2m^2}{a^2} \right) + c_m \chi \left(3\eta^2 - \chi^2 - \frac{2m^2}{a^2} \right) + \\ &+ \psi \left(\psi^2 - 3\omega^2 - \frac{2m^2}{a^2} \right) \\ f_m &= b_m \eta \left(\eta^2 - 3\chi^2 - \frac{2m^2}{a^2} \right) + d_m \chi \left(3\eta^2 - \chi^2 - \frac{2m^2}{a^2} \right) + \\ &+ \omega \left(3\psi^2 - \omega^2 - \frac{2m^2}{a^2} \right) \end{aligned}$$

$$g_m = a_m + \frac{b_m c_m}{f_m}$$

$$h_m = c_m - \frac{d_m e_m}{f_m}$$

$$i_m = \frac{1}{(\eta^2 + \chi^2)^2} [g_m (\eta^2 + \chi^2) + h_m 2\eta\chi]$$

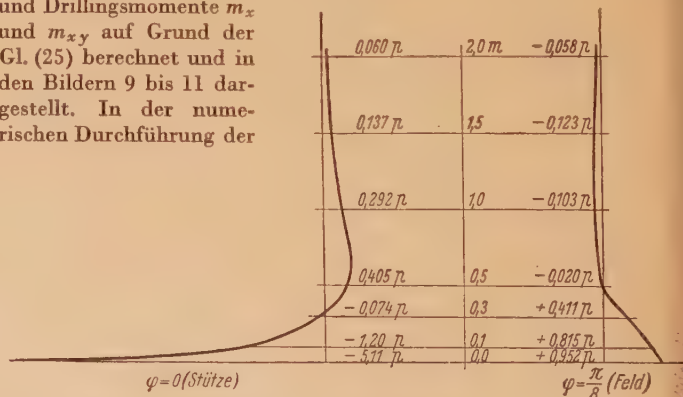
$$k_m = \frac{1}{(\psi^2 + \omega^2)^2} \left(\psi^2 - \omega^2 + 2 \frac{e_m}{f_m} \psi\omega \right)$$

$$l_m = 2(g_m - 1)(m^2 - 1) + (-i_m + k_m) \frac{(m^2 - 1)^2}{a^2}$$

die Beiwerte zu:

$$\left. \begin{aligned} A &= -g_m C \\ B &= h_m C \\ C &= \frac{1}{l_m} \frac{a^3 2p \sin m\varepsilon}{\varepsilon m^3}, \quad m = 8, 16, 24 \dots \dots \dots (30) \\ D &= -\frac{e_m}{f_m} C \end{aligned} \right\}$$

Für eine Zylinderschale, entsprechend der in Bild 1 dargestellten, wird bei einer mittleren Wandstärke von 0,25 m und einem Halbmesser $a = 3,30$ m der Faktor $\frac{1}{k} = \frac{Da^2}{K} = 2075$. Bei einem Verhältnis von Stützenbreite $2c$ zur Spannweite $2b$ eines Achtelsegments von $\frac{2c}{2b} = \frac{0,50}{2,59} = 0,193$ sind die Normalkraft n_y sowie die Biege- und Drillingsmomente m_x und m_{xy} auf Grund der Gl. (25) berechnet und in den Bildern 9 bis 11 dargestellt. In der numerischen Durchführung der

Bild 9. Normalkräfte n_y .

Berechnung wurden dabei nur die fünf ersten Glieder der Reihe für n_x berücksichtigt. Es ist von Interesse, die Werte n_y mit denen der Halbscheibe zu vergleichen¹⁰⁾. Für $\varepsilon = 0,20$ erhält man in Feldmitte $N_x = 1,00 p$, in Stützenmitte $N_x = -4,00 p$. Der Vergleich zeigt, daß die Zylinderschale trotz ihrer Krümmung ($a = 3,30$ m) sich bezüglich der Trägerwirkung ähnlich wie die Halbscheibe verhält.

¹⁰⁾ Dischinger, Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, S. 69 u. f., Zürich 1932.

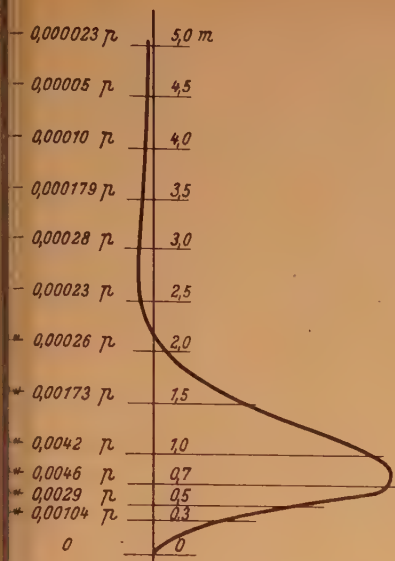


Bild 10. Biegemomente m_x $q = 0$.

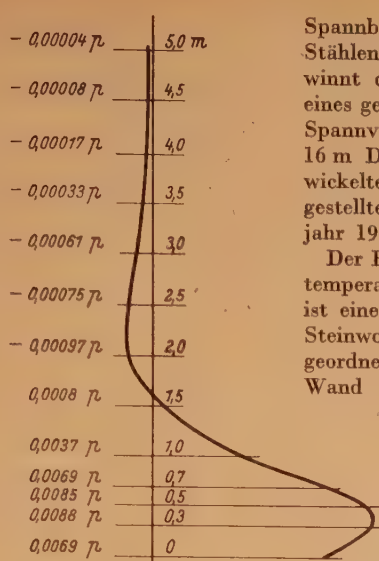


Bild 11. Drillungsmoment m_{xy} $\varphi = \frac{\pi}{16}$.

Spannbetons Ersparnisse an Beton und durch den Einbau von Stählen hoher Festigkeit solche an Bewehrung erzielen. Man gewinnt damit gleichzeitig den Vorteil eines gedrückten an Stelle eines gezogenen Betons. Bereits im Jahre 1950 wurde ein nach dem Spanverfahren Dywidag konstruierter Schlammbehälter von 16 m Durchmesser und 11 m Füllhöhe erbaut¹¹⁾. Der dabei entwickelte Konstruktionsgrundsatz liegt auch dem in Bild 13 dargestellten Faultrum der Kläranlage der Stadt Wiesbaden (Baujahr 1951) zugrunde¹²⁾.

Der Fassungsraum des Behälters beträgt 3100 m³. Da eine Innentemperatur des Schlammes von 30° C eingehalten werden muß, ist eine Isolierung der Wände und des kegelförmigen Daches mit Steinwolle und Schwemmstein- bzw. Bimsbetonverkleidung angeordnet. Zur Verminderung des Temperaturgefälles innerhalb der Wand erscheint es zweckmäßig, diese Wärmedämmung durch hochwertigen Isolierstoff zu erzielen, dagegen die Wandstärke auf ein Kleinstmaß — im vorliegenden Fall 20 cm — zu bringen. Der Behälter zeichnet sich dadurch aus, daß der untere Trichter ohne Fuge in den zylindrischen Behälterteil übergeht und dieser ebenso in den oberen Abschlußkegel. Der untere Fundamenttring samt dem unteren trichterförmigen Teil ist nur schlaff bewehrt (Bild 14), weil hier die Ringzugspannungen nicht groß sind. Dagegen sind die Zylinderwand und der Abschlußkegel nach dem Dywidagverfahren¹³⁾ vor-

I. Trichterförmiger Behälter.

In Bild 12 ist ein durch vier Säulen unterstützter Stahlbetontrichter für eine Papierfabrik dargestellt. Auch hier wirkt der Trichternantel, verstärkt durch einen Ringträger, zugleich als Tragelement zur Ableitung der Trichterlast auf die Stützen.

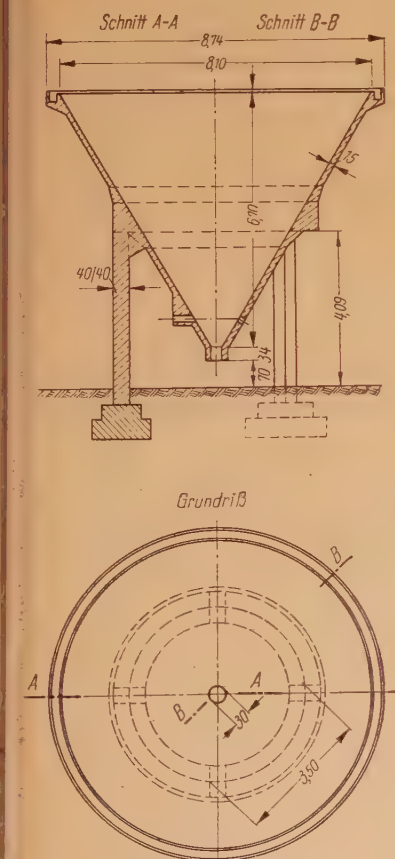


Bild 12. Stahlbetontrichter für eine Papierfabrik.

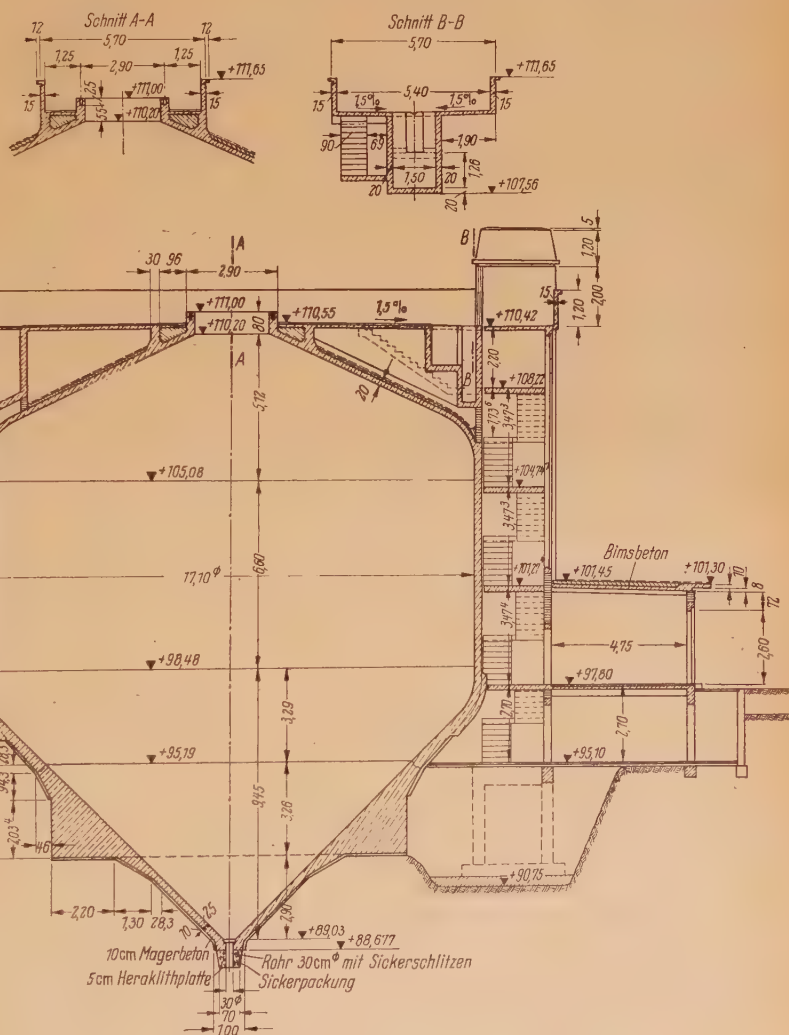


Bild 13. Faultrum der Wiesbadener Kläranlage (Querschnitt).

III. Faultrum.

Die Einhaltung einer bestimmten Betonzug- bzw. -biegezugspannung erfordert bei großen Flüssigkeitsbehältern entsprechend große Wanddicken. Hier lassen sich daher durch Verwendung des

¹¹⁾ Finsterwalder, Bauing. 27 (1952), S. 141.

¹²⁾ Allgemeine Beschreibung der Anlage siehe Schieck, Bauamt und Gemeindeblatt (1952) S. 327.

¹³⁾ Heusel, B. u. St. 46 (1951), S. 121. — Jäniche, B. u. St. 46 (1951), S. 161. — Kober, B. u. St. 47 (1952), S. 36.

gespannt. Die Ankerplatten für die Spannstähle St 90 sind in 4 senkrechten Lisenen untergebracht. Hinzu kommen am Übergang des unteren Trichters in die Zylinderwand noch vier weitere Lisenen zur Aufnahme der hier zahlreicheren Spannglieder (Bild 15 und 16).

Beim Bau derartiger Behälter ist zu beachten, daß an den Umlenkstellen vom Zylinder zum unteren kegelförmigen Teil schon aus Eigengewichtsbelastung durch die aufgehende Wand beträchtliche Ringzugspannungen auftreten. Es ist deshalb erforderlich, beim Betonieren der oberen Zone der Zylinderwand schon eine Teilvorspannung in der unteren Rundung vorzunehmen.

Der Behälter wurde im Sinne der „Richtlinien für die Bemessung vorgespannter Stahlbetonbauteile“ DIN 4227 (Entwurf) für volle Vorspannung berechnet. Entsprechend der dortigen Empfehlung ist auch in den vorgespannten Bauteilen eine zusätzliche schlaife Bewehrung von mindestens 20 kg/m³ Beton angeordnet, die gleichzeitig zur Aufnahme der Biegemomente in senkrechter Richtung bei Teilfüllung mit benutzt wird. Sie erhöht sich entsprechend den statischen Erfordernissen im Übergangsstück von Fundamenttring zur senkrechten Wand. Gefordert war ein Beton der Güteklasse B 300 mit einem Gehalt von 175 kg Portland Zement Z 225 und 175 kg Thurament je m³ feste Masse. Einige damit bei den Eignungsprüfungen erzielte Festigkeitswerte sind nachstehend angegeben.

Vorgespannt wurde frühestens bei einer Mindestwürfelfestigkeit des Betons von 240 kg/cm². Der untere Trichter sowie der senkrechte Zylindermantel wurden zwischen doppelter Schalung unter Verwendung von Innenrüttlern betoniert. Der Beton der oberen Abschlußhaube konnte bei einer Neigung der Erzeugenden von 25° gegen die Waagrechte nur noch mit Oberflächenrüttlern verdichtet werden. Dabei kann nur mit verhältnismäßig trockenen Mischungen gearbeitet werden, um den Beton am Abrutschen zu verhindern. Wie unter I. erläutert, bilden sich dabei leicht poröse Stellen. Der obere Behälterteil erhielt deshalb außer einem Dichtungsanstrich zusätzlich einen Innenputz, während sonst die Behälterinnenflächen nur mit einem Schwarzanstrich versehen wurden.

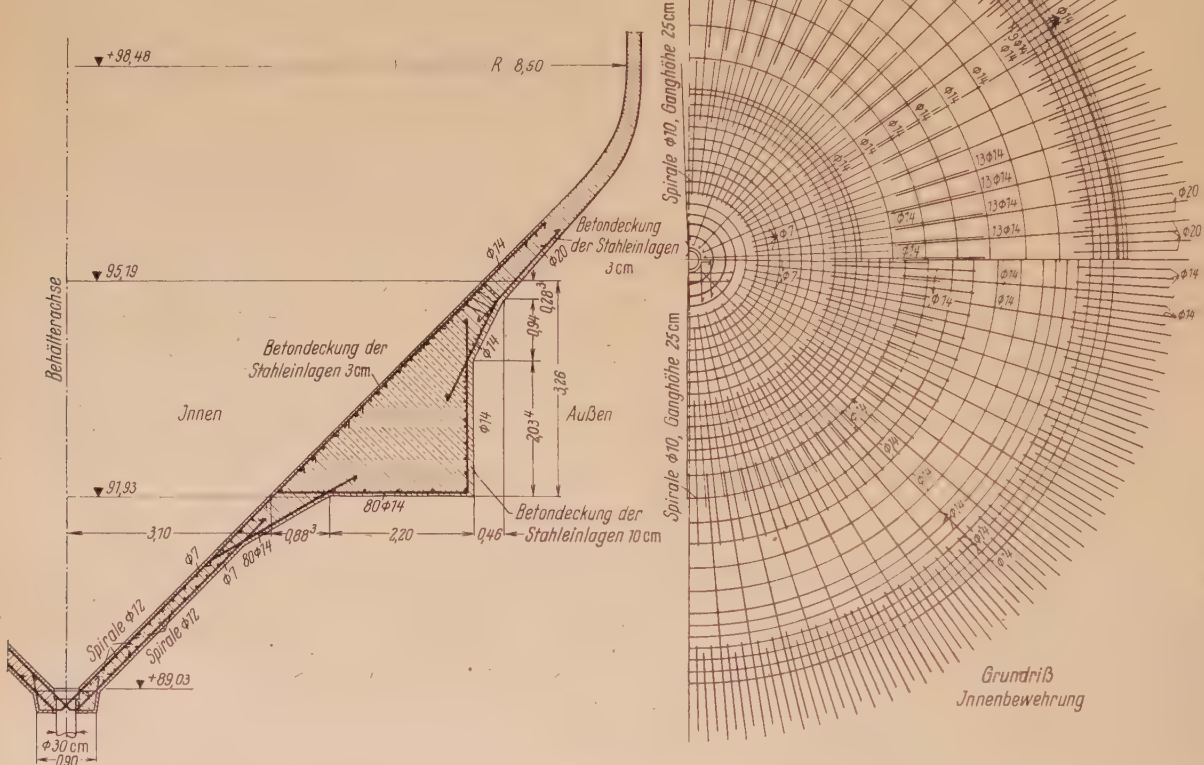


Bild 14. Faulturm, Wiesbaden. Schlaife Bewehrung des unteren Trichters.

Plastischer Beton
mit 175 kg Zement Z 225 und 175 kg Thurament je m³
Wasserzementwert 0,54

Zuschlagstoffe							Druckfestigkeit (20-cm-Würfel)			Roh- wichte t/m³
Brech- sand 0/3	Natur- riesel 3/7	Kies 15/30	Kies- sand 0/30	Korn- gruppe 0/0,2 0/3 0/7			W ₁₄	W ₂₈	W ₉₀	
%	%	%	%	%	%	%	kg/cm²	kg/cm²	kg/cm²	
12	14	14	60	85	32	49	195	305	384	2,37
12	20	21	47	80	28	48	273	335	385	2,39
19	16	18	47	112	34	49	237	278	374	2,40

Bild 17 zeigt die innere Behältereinrüstung. Die Gerüstpfosten standen entweder auf Höckern (Bild 18), die nach Fertigstellung des Behälters zum Teil wieder entfernt wurden, oder sie wurden auf radial angeordnete Schwellen aufgesetzt, die sich an die untere Trichterwand anlehnten und sich gegen einen auf Kote + 89,83 m betonierten Kranz abstützten, der später wieder beseitigt wurde. Die auf Kote + 105 m errichtete Plattform diente zur Aufstellung der Lehrbögen aus genagelten Brettern 3×2,5/15 cm (Bild 19).

Ein vorgespanntes Tragwerk, dessen Verbund erst nachträglich hergestellt wird, stellt im allgemeinen vor der Herstellung des Verbundes ein so hochgradig innerlich statisch unbestimmtes System dar, wie es der Anzahl der Bewehrungsstränge entspricht¹⁴⁾. Beim Kreiszyylinder führt die Symmetrie von System und Belastung jedoch zu der bemerkenswerten Vereinfachung, daß diese Unbestimmtheit schon vor der Verbundwirkung vollständig ver-

¹⁴⁾ Magnel, Le Beton Précontraint. Gand 1948, Editions Fechey. — Franz, B. u. St. 47 (1952), S. 137.



¹⁵⁾ B. u. St. 48 (1953), Heft 3, S. 69/70.

schicht dann erst torkretiert, nachdem der Behälter gefüllt ist, um Zugspannungen in der Außenhaut aus der Wanddehnung auszuschalten. Immerhin bleiben dabei die aus der Schwindwirkung in der äußeren Torkretschicht entstehenden Spannungen bestehen. Dieser Nachteil wird bei dem Dywidag-Spannverfahren vermieden. Die Spann-



Bild 18.
Innerer Trichter.



Bild 20.
Spannbetonquerschnitt.

bewehrung ist hier in Blechrohren innerhalb des Wandquerschnitts und zwar hinter der schlaffen Außenbewehrung verlegt, wobei diese übrigens gleichzeitig zum Aufhängen der Spannbewehrung benutzt wird. Dadurch, daß die einzelnen Ringe von unten nach oben gespannt werden, entsteht in senkrechter Richtung (Momente m_x) eine Biegemomentenwelle, die entgegengesetzt derjenigen verläuft, die beim Füllen des Behälters auftritt. Zu ihrer Aufnahme steht die senkrechte schlaife Bewehrung zur Verfügung.

Das Kriechen und Schwinden verursacht eine Verkürzung des Betons und damit eine Abnahme der Spannkraft. Im Sinne der „Richtlinien“ DIN 4227, Fassung Januar 1951, ist der Beiwert zur Erfassung des Erhärungsgrades im vorliegenden Fall zu $k = 0,75$ und die Kriechzahl $\varphi = 2,0$ eingeführt worden. Die Auswirkungen des Kriecheinflusses auf Verbundquerschnitte sind von Dischinger untersucht worden¹⁶⁾. Es kann daher die folgende Ermittlung des Spannungsabfalls kurz gefaßt werden. Beim symmetrisch bewehrten Querschnitt hat die Vorspannbewehrung F_{ev} den Abstand z von der Schwerachse (Bild 20). Im Zeitintervall dt schwindet der Beton um $d\varepsilon_s$ und kriecht um $d\alpha_k$. Ohne die Hinderung durch die Bewehrung beträgt die Betonverkürzung in Höhe der Vorspannbewehrung

$$d\varepsilon = d\varepsilon_s + \sigma_b d\alpha_k \quad (a).$$

Da keine äußere Last aufgebracht wird, muß ferner

$$D_e = F_{ev} \cdot \sigma_e$$

sein. Außerdem gilt für die Faser z

$$\Delta\sigma_b = -\left(\frac{dD_e}{F_i} + \frac{dD_e \cdot z^2}{J_i}\right) = -\frac{dD_e}{F_i} \left(1 + \frac{z^2 F_i}{J_i}\right).$$

Hieraus folgt mit

$$\Delta\sigma_e = -\Delta\sigma_b \frac{1}{\frac{F_{ev}}{F_i} \left(1 + \frac{z^2 F_i}{J_i}\right)}.$$

Wird Affinität zwischen der Schwind- und Kriechkurve vorausgesetzt, so ist $\varepsilon_s = \beta \alpha_k$ und $d\varepsilon_s = \beta d\alpha_k$. Damit erhält man

$$d\varepsilon = \sigma_b d\alpha_k + \beta d\alpha_k.$$

Würde das Spannglied mit der Kraft $D_e = E_e \cdot F_{ev} \cdot d\varepsilon$ gedrückt, so würde es sich ebenso wie der in derselben Faser liegende Beton verkürzen. Durch die Umlagerung der Kräfte entstehen jedoch Spannungen im ideellen Querschnitt, auf den die Zugkraft dD_e einwirkt. Die Änderung der Spannung in der Faser z ist daher

$$\begin{aligned} d\sigma_b &= \frac{dD_e}{F_i} + \frac{dD_e z^2}{J_i} = -E_e \frac{F_{ev}}{F_i} \left(1 + \frac{z^2 F_i}{J_i}\right) (\sigma_b d\alpha_k + \beta d\alpha_k), \\ \frac{d\sigma_b}{\sigma_b + \beta} &= -\frac{n E_e F_{ev}}{F_i} \left(1 + \frac{z^2 F_i}{J_i}\right) d\alpha_k \end{aligned} \quad (b),$$



Bild 19. Lehrbogen für die Dacheinschalung.

oder mit

$$\gamma = n \frac{F_{ev}}{F_i} \left(1 + \frac{z^2 F_i}{J_i}\right)$$

$$\ln(\sigma_b + \beta) = -E_b \gamma \alpha_k + c.$$

Nun ist $E_b \cdot \alpha_k = \varphi$. Die Integrationskonstante ergibt sich aus der Bedingung, daß zu Beginn des Schwindens und Kriechens $\alpha_k = 0$ ist und σ_b seinen Anfangswert σ_{0b} hat, zu $c = \ln(\sigma_{0b} + \beta)$.

Somit ist

$$\ln \frac{\sigma_b + \beta}{\sigma_{0b} + \beta} = -\gamma \varphi.$$

Hieraus folgt

$$\sigma_b = -\beta + (\sigma_{0b} + \beta) e^{-\gamma \varphi}.$$

Die Abnahme der Betonspannung seit Lastbeginn ist also

$$\Delta\sigma_b = \sigma_{0b} - \sigma_b = (\sigma_{0b} + \beta) (1 - e^{-\gamma \varphi}).$$

Damit wird $\Delta\sigma_e = -\Delta\sigma_b \cdot \frac{n}{\gamma} (\sigma_{0b} + \beta) (1 - e^{-\gamma \varphi})$.

Hierin ist $\beta = \frac{\varepsilon_s}{\alpha_k}$ und $n = E_e/E_b$ als konstant angenommen. Mit zunehmendem Alter des Betons wachsen jedoch β und n . Nach Bild 3 der „Richtlinien“ sind daher die Kriechzahlen φ durch einen Beiwert k_1 abzumindern, so daß

$$\Delta\sigma_b = \sigma_{0b} - \sigma_b = (\sigma_{0b} + \beta) (1 - e^{-\gamma \varphi k_1}) \quad (c),$$

$$\Delta\sigma_e = -\frac{n}{\gamma} (\sigma_{0b} + \beta) (1 - e^{-\gamma \varphi k_1}) \quad (d)$$

gesetzt werden kann.

Das Schwinden des Betons ist nach § 8.4 der „Richtlinien“ mit $\omega \cdot t \cdot k_2$ einzuführen, wobei $t = 25^\circ$ bei Vorspannung vor dem Erhärten (Spannbett) und $t = 15^\circ$ beim Anspannen nach dem Erhärten des Betons zu setzen ist. Ist eine starke oder nur einseitige schlaife Bewehrung vorhanden, so ist die Verringerung des Schwindmaßes entsprechend zu berücksichtigen.

Mit $\beta = \frac{\omega t k_2}{\alpha_k} = \frac{E_b \omega t k_2}{\varphi k_1}$ folgt für den Einfluß des Schwindens allein

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_b &= \frac{E_b \omega t k_2}{\varphi k_1} (1 - e^{-\gamma \varphi k_1}) \\ \Delta\sigma_e &= -\frac{E_e \omega t k_2}{\gamma \varphi k_1} (1 - e^{-\gamma \varphi k_1}) \end{aligned} \quad (e).$$

Im allgemeinen wird $k_1 = k_2 = k$ gesetzt werden können. Zur Ermittlung des Spannungsabfalls sind die Differenzspannungen $\Delta\sigma_e$ aus den Werten σ_e der Vorspannung, vermindert um die entsprechenden Werte σ_{eq} aus ständiger Last, Verkehrslast einschließlich der Reibungswerte der Stähle an den Blechwandungen einzuführen, da die Summe aller Spannungen $\sigma_{ev \text{ zul}}$ entsprechen muß. Mit dem Faktor n/γ ist die in Höhe der Faser z aus ständiger Belastung

¹⁶⁾ Dischinger, Bauing. 18 (1937), S. 487 u. f. — Mörsch, Statik der Gewölbe und Rahmen, Teil A, Stuttgart 1947, Konr. Wittwer — Bay, Baurundschau 37 (1947), S. 24.

erechnete Betonspannung zu multiplizieren und gemäß Gl. (d) entsprechend dem Vorzeichen zu addieren. Der Einfluß des Schwindens folgt aus Gl. (e). Im vorliegenden Fall ergibt sich für $\varphi = 2,0$ und $k = 0,75$ ein größter Spannungsabfall des Vorspannstahls aus Kriechen und Schwinden von rd. 825 kg/cm^2 .

Das an den Faulturm anschließende Maschinenhaus ist durch Türen vollständig vom Behälter abgetrennt. Diese Maßnahme hat sich als sehr zweckmäßig erwiesen. Denn obwohl man auf Grund der geologischen Verhältnisse und einer Probebohrung mit dem Vorhandensein einer Felsbank aus den in den oberen Schichten des Mainzer Beckens anstehenden Hydrobienkalken rechnen konnte, stellte sich beim Erdaushub heraus, daß diese Bank mit einer Mächtigkeit von etwa $0,25 \text{ m}$ an der Gründungsstelle ausläuft. Das Bauwerk mußte daher auf dem anstehenden Mergel gegründet werden, dessen zulässige Belastung zu 4 kg/cm^2 angenommen wurde. Dieser Mergel ist in seiner natürlichen Lagerung ein äußerst zäher und kompakter Boden, der an der Trichterspitze so fest gelagert war, daß er durch leichte Sprengschüsse aufgelockert werden mußte. Trotzdem konnten an den angebrachten Meßmarken Einsenkungen von 12 mm bei der Füllung des Behälters festgestellt werden. Beim Entleeren wurde eine elastische Gegenbewegung von 4 bis 5 mm gemessen. Der Faulturm ist nunmehr seit einem Jahr in Betrieb und hat sich während dieser Zeit bewährt. Bild 21 zeigt das fertige Bauwerk.

Der vorstehend beschriebene Behälter ist nur in der Ringrichtung vorgespannt. Es bereitet keine Schwierigkeiten, auch eine Vor-

spannung in Richtung der Erzeugenden vorzunehmen. In diesem Fall ist der stetige Übergang vom zylindrischen Teil in den Kegel nicht mehr zweckmäßig. Die hierdurch an dieser Stelle auftretenden

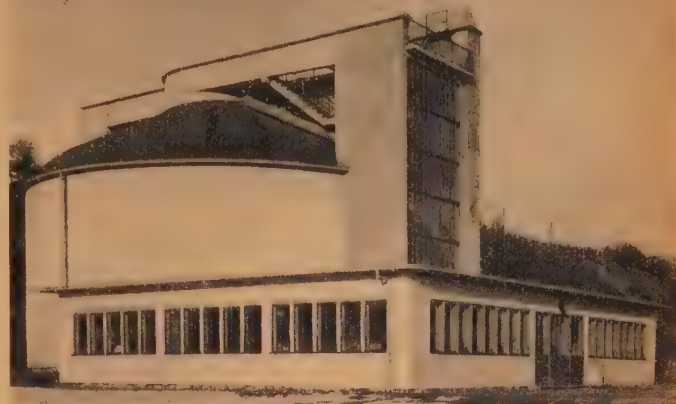


Bild 21. Faulturm, Wiesbaden (Ansicht).

Momente m_x können durch entsprechende Anordnung der Vorspannbewehrung so kompensiert werden, daß im Zustand der Füllung keine oder doch nur kleine Biegemomente entstehen.

Vermischtes

Vakuumbehandlung von Beton.

(Vacuum Concrete-Verfahren)

Die deutsche Fachwelt hat durch verschiedentliche Veröffentlichungen von der Entwicklung des Billnerschen Vakuumverfahrens (Vacuum Concrete) Kenntnis genommen, das sich, ausgehend von den Vereinigten Staaten, bereits in zahlreichen Ländern eingeführt hat. Es dürfte daher für die deutschen Unternehmungen von besonderem Interesse sein, über einige Anwendungen dieses interessanten Verfahrens näher unterrichtet zu werden¹⁾.

Grundsätzliches:

Wenn man einen Filter, der mit einer Vakuumanlage in Verbindung ist, mit frischem Beton entlang der freien Oberfläche oder jeder anderen Fläche in Berührung bringt, verursacht man einen Druckabfall in den Kapillarporen des Betons. Dieser Unterdruck zwingt, vom Filter ausgehend, Schritt für Schritt in den Beton ein; in jeder Zone, die von dem Unterdruck erreicht wird, sieht man, wie aus den Zuschlagstoffen gebildete Betonskelette sich zusammenziehen, wobei es einen Teil des Anmachewassers in Richtung auf den Filter ausstößt, durch den es dann entfernt wird.

Dieser Vorgang ist dem folgenden ähnlich: Wenn man ein kaltes Element mit einer metallischen Masse entlang irgendeiner Fläche in Berührung bringt, ruft man einen Temperaturabfall in der Masse hervor. Dieses Absinken der Temperatur dringt, ausgehend von dem kalten Element, Schritt für Schritt in die metallische Masse ein. In jeder Zone, die von dem Absinken der Temperatur erreicht wird, sieht man das Metall sich zusammenziehen; gleichzeitig wird von jeder sich zusammenziehenden Zone in Richtung auf das kalte Element eine gewisse Anzahl von Kalorien „ausgestoßen“, die aus der Masse entfernt werden.

In beiden Fällen ist die Eindringungsgeschwindigkeit der Welle, die die Zusammenziehung hervorruft — Druckabfall im ersten, Abkühlung im zweiten Fall —, nicht konstant. Sie schwankt zwischen 2 und $\frac{1}{2} \text{ cm}$ je Minute für die Vakuumbehandlung in den üblichen Fällen.

Das Ergebnis einer derartigen Vakuumbehandlung beim Beton ist doppelter Natur:

Einmal erhält der behandelte Frischbeton infolge der Zusammenziehung des Skeletts unter gleichzeitigem Ausstoßen des Wassers und Konzentration des Wasser-Zement-Leimes eine derartige Koäsion, daß Bauelemente auch größerer Höhe — bis zu 6 m — selbsttragend werden. Dieses „physikalische Abbinden“, das unabhängig von den Kristallisationsvorgängen im Zement ist, getätigt in zahlreichen Fällen unmittelbare Ausschalung z. B. bei vertikalen Bauteilen oder parabolisch gekrümmten Deckenplatten. Zum anderen wird der Wasser-Zement-Faktor wesentlich ver-

bessert. Er kann durch das Verfahren bis zu $0,35$ oder gar $0,31$ herabgesetzt werden. Dadurch ist eine Verbesserung aller mechanischen Eigenschaften des erhärteten Betons — größere Festigkeiten, geringeres Schwinden usw. — gewährleistet.

Das erstgenannte Ergebnis führt zu einer Ersparnis an Formen und Schalungen, das zweite zu einer Ersparnis an Arbeitsleistung und Rüttelenergie, und zwar durch Verwendung eines plastischen Betons. Ersparnis wird auch erreicht beim Zement, da bei um 20% geringerem Zementanteil ein Beton besserer Güte erzielt wird; beim Zeitverbrauch dadurch, daß die notwendigen Arbeitsvorgänge bei der Herstellung und Einbringung zwei- bis dreimal so schnell abgewickelt werden, und schließlich beim Raumbedarf dadurch, daß bei Vorfertigung von Bauelementen die erforderlichen Lagerflächen infolge schnelleren Abtransportes der Bauteile erheblich verringert werden können.

Im folgenden sollen einige Beispiele aus den Hauptanwendungsbereichen des Vacuum Concrete-Verfahrens zusammenfassend beschrieben werden.

Zunächst seien zwei Beispiele angeführt, das eine aus dem Gebiete der klassischen Konstruktionen, bei denen das Verfahren erhebliche Vorteile bietet, das andere aus dem Gebiete der vorgefertigten Häuser:

a) Stahlbetonskelett-Bauwerk, ausgeführt in der Schweiz, von dem Unternehmen *Ed. Cuenod S. A.*: Neungeschossiges Gebäude in Genf, das unter dem Namen „Mont Blanc Centre“ bekannt ist, ein großes Handelszentrum und Bürogebäude. Das Vakuumverfahren wurde hier sowohl für die Ausführung der Decken als auch der Stützen, d. h. für das gesamte Skelett angewendet.

Decken: Der Beton wurde in plastischer Konsistenz in die Holzschalungen eingebracht, mittels Rüttelflaschen verdichtet und dann abgezogen. Unmittelbar darauf wurden die Vakuummatten zur Oberflächenbehandlung aufgelegt. Sie bestanden aus Holz und waren unterseitig mit einer Dichtungsschicht versehen. Diese Schicht enthielt die Filtervorrichtung, die mit der Vakuumanlage in Verbindung gebracht wird. Jede Matte war mit Hilfe eines bewehrten Gummischlauches an einen Verteiler angeschlossen — ein Blechrohr, das eine Anzahl von Anschlüssen hat, an denen die biegsamen Schläuche angeschlossen sind. Die Matten wurden nebeneinander verlegt und nacheinander so vorwärts bewegt, daß für jede Tafel eine Viertelstunde Zeit verfügbar war, um den frischen Beton zu behandeln. Nach beendeter Behandlung wurde ein Hahn, der das Vakuum in der Tafel regelt, geschlossen, die Matte aufgenommen und an die folgende Behandlungsstelle verbracht. Schon in diesem Augenblick konnte man den behandelten Beton betreten und unmittelbar das Abreiben mit dem Reibbrett vornehmen.

Dieses Abreiben und ein zusätzliches Glätten mit der Kelle geben

¹⁾ „VACUUM CONCRETE“ ist eine geschützte Marke. Das Vacuum Concrete-Verfahren patentamtlich geschützt und auf Grund von Lizenzen benutzbar.

eine Oberfläche, die der eines Mörtelüberzuges gleichwertig ist. Die Eigenschaften der Decke, im besonderen im Hinblick auf die Rissefestigkeit, sind wesentlich besser als die eines Überzuges, da es sich nicht um eine aufgetragene Schicht, sondern um den massiven Beton selbst handelt.



Bild 1. Schalung einer Stütze, gehalten von 3 regelbaren Stützstäben.

Beton befestigt wurde. Die Dachdecken enthielten 300 kg Zement je m^3 Beton.

Stützen: Zwei Stütztypen waren in dem Gebäude vorgesehen, und zwar 288 Stück mit Querschnitt $36 \times 36 \text{ cm}^2$ und 154 Stück mit Querschnitt $20 \times 36 \text{ cm}^2$; ihre Höhe betrug 2,69 m.

Der Herstellungsvorgang war etwa folgender:

Beim Betonieren der Decken wurde an der für die endgültige Lage der Stütze vorgesehenen Stelle in einem Rahmen ein kleiner Ansatz von 2 cm Höhe gleichzeitig hergestellt. Die Anschlußbewehrung war an dieser Stelle eingelegt. Der vorgefertigte Bewehrungskorb wurde ebenso wie die mit Vakuumbekleidung ausgerüstete „aktive Schalung“ eingebracht, wobei die letztere auf dem Betonansatz abgestützt wurde. Die vier Flächen der Schalung waren untereinander verklammert und mit Hilfe von drei „Vacuum holders“ (Vakuumhaltern) am Boden befestigt. Jeder von diesen bestand aus einem Stützstab von regelbarer Länge, der im oberen Viertel der Höhe der Schalung befestigt war, und einer Saugvorrichtung am unteren Ende (Bild 1). Die einfache Anbringung der Saugvorrichtungen auf der Decke sichert ihre Befestigung, und die Längenregulierung der Stützstäbe gestattet sehr einfach und schnell, die vertikale Stellung der Stützen herzustellen. Die Schalung, ebenso wie die Vakuummatten, bestanden aus Holz, das mit einer dichten Schicht überzogen und mit Winkelleisen ausgesteift war.



Bild 2. Vorn eine soeben entschaltete Säule, deren 4 Seitenflächen ohne Zuführung von Zement durch Glätten fertiggestellt sind. Im Hintergrund eine Säule, deren Schalungen nach 15 Minuten Behandlungszeit entfernt wurden.

Die Endfestigkeit des Betons wird durch die Behandlung wesentlich verbessert; außerdem erreicht der Beton zweibis dreimal schneller die Festigkeit, die das Ausschalen gestattet. In dem Gebäude in Genf wurde das Ausschalen nach sechs Tagen vorgenommen, aber es hätte auch schon früher — nach vier Tagen — geschehen können, wenn man von der Festigkeit des Betons ausgegangen wäre.

Im vorliegenden Falle wurde die Behandlung der Decken mit Hilfe von Matten von $1 \times 2 \text{ m}^2$ und einigen kleineren Matten, im ganzen von acht Matten mit einer Gesamtoberfläche von $12,5 \text{ m}^2$ durchgeführt. Der Beton für die Decken hatte einen Zementgehalt von 250 kg. Diese Decken erhielten noch einen Gummiüberzug, der direkt auf dem

dete man eine Rüttelflasche. Sobald die Schalung gefüllt war, wurde auf den vier Flächen das Vakuum angeschlossen und der Beton durch den atmosphärischen Druck und das gleichzeitige Ausstoßen des überschüssigen Wassers verdichtet. Nach 15 bis 17 Minuten dieser Behandlung war der Beton derart dicht und erhärtet, daß er selbsttragend war und daß die Ausschaltung unmittelbar vorgenommen werden konnte. Bemerkenswert ist, daß diese Ausschaltung an einem frischen Beton erfolgt, die Schalung sich also im Gegensatz zur sonst üblichen Ausschaltung ohne Anstrengung löst. Unter diesen Bedingungen sind die Schalungen keiner besonderen Beanspruchung ausgesetzt und können oftmals wieder verwendet werden (Bild 2).

Der Beton, der dicht und selbsttragend ist, ist trotzdem geschmeidig wie Ton, und die Unebenheiten der Oberfläche können leicht ausgebessert werden. Nach dem Abreiben mit einem feinen Filzbrett erhält man eine Oberfläche, die direkt angestrichen werden kann.

Bei nur vier Sätzen Schalung betrug die tägliche Produktion 17 Stützen in der Acht-Stunden-Schicht. 442 Stützen wurden insgesamt in der Zeit vom 7. Juli bis 5. September 1952 ausbetoniert.

Außer der Einfachheit und der Schnelligkeit dieses Verfahrens, der Ersparnis an Schalungen muß — und dieser Punkt ist wichtig — noch erwähnt werden, daß die Festigkeit des behandelten Betons einwandfrei höher war als die eines gewöhnlichen Betons; so konnte man die Belastung der Stützen bereits im Alter von drei Tagen vornehmen. Dies hat zu einer erheblichen Beschleunigung des Baufortschrittes auf der Baustelle beigetragen. Der für die Stützen verwendete Beton hatte einen Zementgehalt von 300 kg/m^3 .

b) Arbeiterwohnhäuser in Columbien

Der columbianische Architekt Ortega hat kürzlich eine interessante Lösung für Arbeiterwohnhäuser gefunden, die für mehrere



Bild 3. Handglättung unmittelbar nach der Vakuum-Behandlung.

Hunderte derartiger Bauten in Columbien angewendet wurde und gegenwärtig in Venezuela, Marokko und Algerien wiederholt wird.

Herstellungsverfahren: Das Haus besteht gänzlich aus vorgefertigten Teilen, und zwar aus Wandelementen von 2 bis 12 m^2 und Deckenelementen von $4 \times 3 \text{ m}^2$. Zuerst wurde ein Betonboden für eine Gruppe von sechs Häusern erstellt, der als Grundfläche für die Vorfertigung einer ersten Serie von Wandelementen der verschiedenen Typen diente. Diese ersten Elemente wurden mit einem „Vacuum lifter“ (Vakuumheber) aus der Form gehoben und in der Nähe auf den Boden gelegt, wo sie als Grundform für die Herstellung aller übrigen Elemente gleicher Abmessungen dienen konnten.

Seitliche Stahlschalungen von 6 cm Höhe wurden oberhalb jedes Wandelementes befestigt, um das Schütten des jeweils folgenden Elementes zu gestatten. So wurden an dem gleichen Tage acht bis zehn Elemente übereinander betoniert. Diese Wandelemente sind sehr leicht kreuzweise mit Drähten von 6 mm $\varnothing$, die untereinander einen Abstand von etwa 38 cm haben, bewehrt.

Der Beton hat folgende Zusammensetzung: Ein Teil Zement auf drei Gewichtsteile Sand und fünf Gewichtsteile Kies, was ungefähr einem Zementgehalt von 240 kg/m^3 entspricht.

Die Elemente wurden mit Vakuum behandelt, und zwar etwa 12 bis 15 Minuten mittels Standardmatten von $90 \times 120 \text{ cm}^2$. Die Oberfläche wurde anschließend von Hand glatt gerieben (Bild 3); für die Wände war keinerlei weitere Behandlung vorgesehen. Die

Das Einbringen des Betons erfolgte von oben mit Hilfe eines Trichters. Um eine gute Füllung der Schalung zu gewährleisten, verwen-

Trennung zwischen den übereinanderliegenden Wänden wurde durch eine einfache Lage Papier erreicht.

24 Stunden nach ihrer Betonierung gestattet der „Lifter“ das Aufrichten der Wandelemente an ihrem endgültigen Platz (Bild 4).

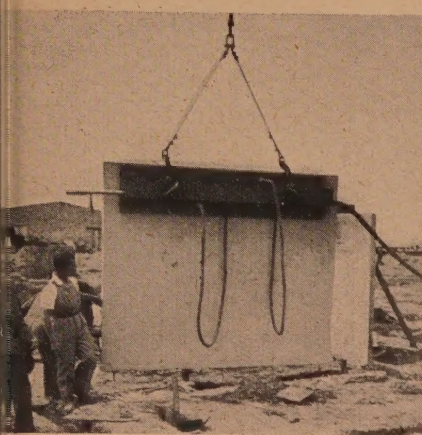


Bild 4. Aufheben und Fördern eines Bauelementes durch den Vacuum-Lifter.



Bild 5. Vorgefertigte gewölbte Dachplatte bei der Einbringung durch den Lifter.

vorgefertigte Deckenelemente, an Ort und Stelle hergestellte Betonböden für Industriegebäude usw. hergestellt werden können.

Tiefbauten

Hier seien drei Beispiele angeführt:

c) Abdeckung des Kanals von Ottmarsheim (Frankreich)²⁾

Das Problem bestand darin, für die aufgeschütteten Teile des Kanals auf eine Länge von ungefähr 14,5 km und eine Breite von 36 m in wirtschaftlicher Weise kurzfristig eine halb biegsame Abdeckung herzustellen, die in der Lage ist, eventuell auftretenden leichten Bewegungen, wie sie bei solchen Böschungen immer möglich sind, folgen zu können und dennoch dicht bleibt. Die Abdeckung machte die Herstellung, den Transport und die Verlegung von 520 000 m² leicht bewehrter Platten von 22,5 m² Größe und 9 cm Dicke erforderlich (Bild 6). Die Herstellung und die Verlegung

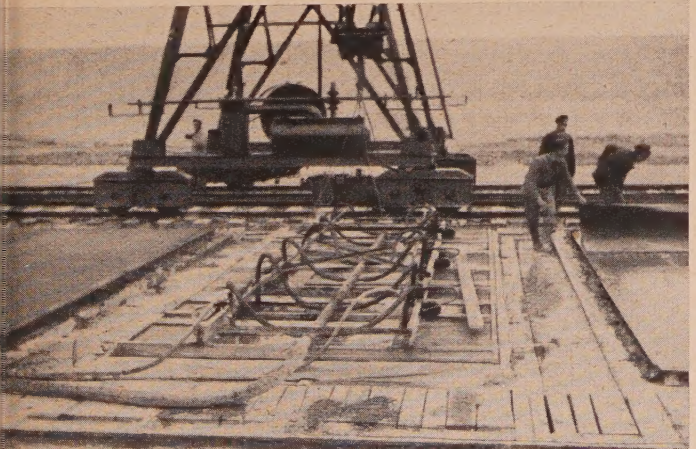


Bild 6. Vakuum-Matte bei der Behandlung der Beton-Platten für die Kanalböschung Ottmarsheim in Größen von 7 x 3,50 x 0,09 m.

Die gewölbten Dachdecken haben eine Dicke von nur 3 cm; sie sind ebenfalls bewehrt, und zwar durch Drähte von geringem Durchmesser in Abständen von 18 bis 20 cm. Der Zementgehalt der Decken ist höher als der der Wände (300 kg/m³). Das System der Herstellung ist ähnlich dem bei den Wänden durchgeführten Verfahren. Bis zu 30 Platten konnten übereinander betoniert werden. Dank dieser Tatsache genügte in den üblichen Fällen eine einzige gekrümmte Form. Um sich den leichten Unebenheiten in der Krümmung der Platten anpassen zu können, ist der für den Transport bestimmte Lifter mit einer Schraubenregulierung versehen, um sich der Deckenform anzuschmiegen (Bild 5).

Erwähnt sei noch, daß mit Hilfe des Vacuum Concrete-Verfahrens Rippenplatten, dünne Platten großer Abmessungen von 1 cm Dicke,

dieser Platten sollte sich über einen Zeitraum von etwa 18 Monaten erstrecken, worin eine Winterperiode enthalten war, und sollte im Juli 1951 abgeschlossen sein.

Man entschloß sich, auf das Vacuum Concrete-Verfahren zurückzugreifen unter Anwendung ortsfester Formen, steifer Matten zur Behandlung des frischen Betons und „Vacuumlifters“ für das Entnehmen aus der Form und die Lagerung auf Stapel. Infolge der Behandlung des frischen Betons konnte man einen plastischen Beton verwenden an Stelle des üblichen Straßendecken-Betons, wodurch eine gewisse Ersparnis an Arbeitskraft erreicht wurde. Der Wasser-Zement-Faktor des Betons ging von 0,54 auf ungefähr 0,40 zurück, und die erreichte Festigkeit des Betons nach 24 Stunden entsprach derjenigen eines nicht behandelten Betons von drei bis vier Tagen. Der Transport nach kaum 24 Stunden mit Hilfe der Lifter gestattete die Verringerung der Bewehrung um ungefähr 20 % und deren Vereinfachung in Form von zwei Lagen von 5-mm-Drähten in 20 x 10 cm Abstand.

Durchführung der Arbeiten:

Von der Herstellung bis zum Verlegen einer Platte waren folgende hauptsächlich Arbeitsgänge notwendig: Herstellung und Lagerung der Bewehrungsmatten, Einbringung der seitlichen Schalung, der Bewehrung und der Verbindungsstäbe für die Platten untereinander, Einbringen und Abziehen des Betons, Behandlung durch das Vakuumverfahren, Entnehmen aus der Form durch Lifter und Aufladen auf Lastwagen, Transport zum Sammelplatz und Lagerung, Entnahme aus dem Lager, Laden auf Schlepper und Transport, Entnahme vom Schlepper und Verlegen auf die Böschung.

Die angewendeten Verfahren haben es ermöglicht, auf einer Baustelle geringen Flächenausmaßes — ohne Vakuumbehandlung wäre eine Herstellungsfläche von achtfacher Größe erforderlich gewesen — ohne größere Unterbrechung innerhalb von 18 Monaten Platten von 22 m² und 5 t Gewicht so herzustellen, daß alle 4 1/2 Minuten eine Platte fertiggestellt wurde. Dazu war neben dem normalen Gerätepark der Baustelle eine verhältnismäßig geringfügige Sonderausrüstung erforderlich, die eine erhebliche Ersparnis an Bewehrung zur Folge hatte und weiterhin Ersparnisse durch die Einbringung eines plastischen Betons erbrachte. Auch die ausgezeichneten Eigenschaften der Fertigteile sind bemerkenswert.

d) Verlegung der Bièvre in einen Stollen (Nahe Paris).

Es handelt sich um eine Arbeit, die der Kanalisierung eines Baches und seine Verlegung in eine Rohrleitung in Form eines abgedeckten Kanals zum Ziel hatte. Der Boden der Rohrleitung ist halbkreisförmig und wurde an Ort und Stelle in Holzschalungen, die mit Blech bekleidet waren, hergestellt. Der obere Teil hat Parabelform und wurde mit einer auf der Sohle verfahrenen Schalung in Längen von 2,50 m betoniert (Bild 7). Eine einzige Schalung

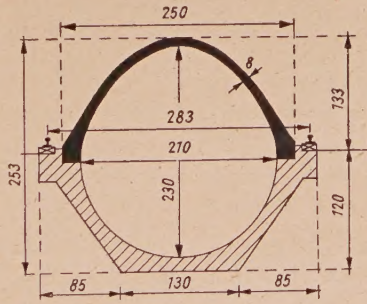


Bild 7. Schnitt durch die Rohrleitung Bièvre mit dem an Ort und Stelle betonierten Unter- und dem vorgefertigten Oberteil.

genügte zur Herstellung von fünf bis sechs Längen in einer 8-Stunden-Schicht. Die sofortige Pseudoerstarrung des mit Vakuum behandelten Betons gestattet das Ausschalen eines Abschnittes unmittelbar nach der Behandlung von ungefähr einer Viertelstunde. Man läßt zwischen jedem Element einen Abstand von 0,30 m, der anschließend durch einen nachträglich betonierten Ring geschlossen wird. Die „aktive“ Schalung besteht aus zwei Teilen auf Schienen, die für den inneren Teil des Gewölbes auf dem Boden des Grabens und für den äußeren Teil auf Nebeneisen des Grabens verlegt waren (Bild 8). Hydraulische Böcke gaben jede Erleichterung für die Niveauregulierung und die Entschalung. Eine Pumpe von 8 PS erzeugte das notwendige Vakuum.

e) Betonierter Schachtbrunnen in Hamburg³⁾

Dieser Brunnen sollte durch eine Torfschicht abgesenkt und mit Beton derart verkleidet werden, daß er völlig dicht ist und das Eindringen von Humussäuren in der Höhe der durchschnittenen Torfschicht ausschließt; das Wasser dieses Brunnens ist für den allgemeinen Gebrauch bestimmt. Der Brunnen hat einen inneren

²⁾ Vgl. E. Lohmeyer: Die Haltung Ottmarsheim des Elsaß-Kanals, Bautechnik 28 (1951), H. 8, S. 177.

³⁾ Vgl. E. Müller: Bau eines Schachtbrunnens mit Horizontalbohrungen für das Grundwasserwerk Süderelbmarsch, Bautechnik 30 (1953), H. 2, S. 37.

Durchmesser von 4 m, 22 m Tiefe, und einen Betonmantel von 40 cm Dicke, der mit Vakuum behandelt wurde. Das kombinierte System des Absenkens und Verkleidens enthält folgende Phasen:

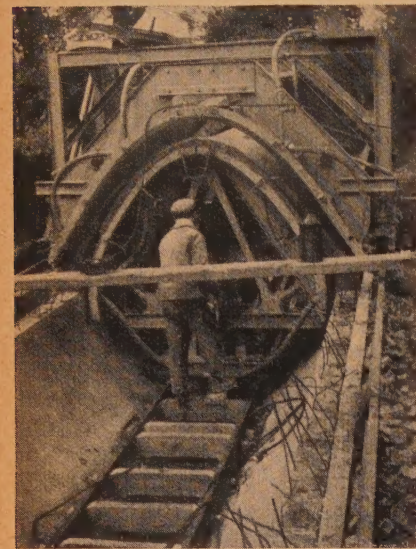


Bild 8.

Die 2,50 m lange Schalung für den Stollen-Oberteil.

1. Betonieren eines Kranzes von 0,55 m Höhe oberhalb des Bodens; Ausschalung nach einer halbstündigen Behandlung;

2. sechsmaliges Anheben der Schalung am Tage, bis ein erster Abschnitt von 3,30 m Höhe erreicht ist;

3. am folgenden Tage Absenken dieses Kranzes unter gleichzeitigem Ausbaggern des Erdreiches im Innern des Brunnens.

Diese von einem Tage zum anderen wechselnden Vorgänge wurden wiederholt, bis die verlangte Höhe von 22 m erreicht war.

Die gesamte Brunnenwand ist mit einem einzigen Satz Schalungen von 0,70 m Höhe ausgeführt worden; der Baufortschritt war ausgezeichnet. Um ihn noch weiter zu beschleunigen, beabsichtigt man, für andere Brunnen in derselben Gegend zwei Sätze Schalungen zu benutzen. Der frisch entschaltete Beton zeigte eine einwandfreie Oberfläche von großer Härte. Nach zwei Stunden brauchte man Hammer und Meißel, um den Beton zu beschädigen. Der verwendete Zement war ein Eisenportlandzement; der Beton wurde gemischt in einem 250-Liter-Mischer, dann auf eine zentrale Plattform geschüttet, von dort in die Schalung eingebracht und mit Hilfe von Innenrüttlern verdichtet. Während der Vakuumbehandlung auf beiden Seiten, die 30 bis 40 Minuten dauerte, wurde nicht gerüttelt. Für einen Kranz von 0,55 m Höhe war eine Menge von 3 m³ Beton zu behandeln, aus denen man 75 Liter Wasser mit leichter Trübung abzog. Im Verlaufe der Behandlung setzte sich der Beton innerhalb der Schalungen um etwa 1 cm. Unmittelbar nach Abstellung des Vakuums wurde ausgeschalt, dann wurden die Filtertücher vor ihrer Wiederbenutzung sorgfältig ausgebürstet. Sie waren noch nach 40 Benutzungen unbeschädigt.

Zusammenfassend ist zu bemerken, daß die Herstellung des unteren Absenkringes mit schräkantiger Form nach dem üblichen Verfahren, dann die Herstellung der restlichen 18 m des Brunnens nach dem Vacuum Concrete-Verfahren und seine Absenkung insgesamt fünf Wochen in Anspruch nahmen. Die Arbeiten wurden durch die Firma *Siemens-Bauunion* ausgeführt.

Von anderen z. Zt. durchgeführten Arbeiten seien nur große hohle Türme, Abdeckung von Kanälen mit gelenkigen Elementen und Wasserbehälter genannt.

Betonwaren

Hier sei nur ein einziges Beispiel erwähnt:

f) Herstellung von Stahlbetonrohrleitungen großen Durchmessers für eine Wasserkraftanlage (Italien);

Gesamtlänge der Leitungen 5000 m, innerer Durchmesser 2,70 m, Länge eines Elementes 5,00 m, Dicke der Wandung 0,12 m. Die Herstellung wurde nach denselben Grundsätzen durchgeführt wie oben erwähnt: vertikal, einmalige Einfüllung auf die gesamte Höhe. Die Baustelle ist mit einer einzigen Schalungsform ausgestattet. Die Produktion beträgt 5 Elemente an einem Tage. Die Dauer der Behandlung beträgt 27 Minuten, nach deren Verlauf beide Teile der Schalung abgenommen werden.

Da der Bauherr einen Beton außerordentlich hoher Güte wünschte, wurde ein Zementgehalt von 400 kg/m³ eingehalten. Der anfängliche Wasser-Zement-Faktor betrug 0,55, sein endgültiger Wert nach der Behandlung 0,36. Druckfestigkeitsversuche an Würfeln von 16 cm Kantenlänge haben für den nicht behandelten Beton 280 kg/cm² nach 7 Tagen und 430 kg/cm² nach 28 Tagen ergeben, während für denselben behandelten Beton die Festigkeiten 430 kg/cm² nach 7 Tagen und 505 kg/cm² nach 28 Tagen betrugen. Der behandelte Beton erreichte also nach 7 Tagen die Festigkeit, die der Vergleichsbeton normalerweise nach 28 Tagen aufwies.

Der Transport wurde mit einem Lifter durchgeführt. Die Rohre wurden nach 7 Tagen mit Hilfe eines gespannten Stahldrahtes vorgespannt, wodurch eine äußere Zusammenschumpfung erzielt

wird. Der Draht wird durch eine Mörtelschicht von 25 mm Dicke geschützt, die ebenfalls nach demselben Verfahren ausgeführt wird. Die fertigen Rohre werden in einen Stollen eingelassen, für den sie als Verkleidung dienen. Der Innendruck erreicht im Betrieb 120 m Wassersäule.

Außerdem werden mit dem Vacuum Concrete-Verfahren Masten für Hochspannungsleitungen, Stützen für Bergwerke, vorgefertigte Teile für Kanäle u. a. m. hergestellt.

Der weitgespannte Anwendungsbereich des Verfahrens ist aus den angeführten Beispielen ersichtlich.

I. Leviant, Ingénieur des Ponts et Chaussées.

Das Schalendach auf dem Odenplan in Stockholm¹⁾.

In Stockholm sind durch den Bau der Untergrundbahn in der Innenstadt mancherlei Veränderungen eingetreten. Auf dem Platz am Odenplan ist einerseits in verkehrstechnischer Hinsicht eine vorteilhafte Lösung gefunden worden, andererseits wurde das Bild des Platzes durch die Errichtung eines Schalendaches über dem Zugang zur Untergrundbahn völlig verändert (Bild 1).



Bild 1. Schalendach auf dem Odenplan in Stockholm.

Da der Platz, abgesehen von der U-Bahn, noch von 8 Straßenbahn- und 4 Omnibuslinien berührt wird, bildet er einen wichtigen Verkehrsknotenpunkt für eine ansehnliche Menschenmenge, so daß ein entsprechender Wetterschutz erforderlich wurde. So lag es nahe, das Dach für den U-Bahn-Zugang zugleich als Schutzdach für das wartende Publikum zu einem kleinen repräsentativen Bauwerk zu gestalten.

Bei näherer Untersuchung stellte sich heraus, daß eine Schalendachkonstruktion hier anderen Systemen überlegen war, da sie ein schlankes und vor allen Dingen leichtes Bauwerk ergibt, das auch in ästhetischer Hinsicht alle Ansprüche befriedigt. Dank seinem geringen Gewicht konnte das Schutzdach auf verhältnismäßig leichter Gründung über dem Tunnelkörper der U-Bahn erstellt werden, wodurch überdies die Kosten für einen besonderen Gründungskörper erspart wurden. Eine biegesteife Befestigung für die Dachpfeiler wurde dadurch geschaffen, daß man sie mit den Seitenwänden der darunterliegenden Räume der U-Bahn zu einer homogenen Einheit zusammenfügte, indem man die Pfeiler mit einer 10 cm tiefen Nut in die Seitenwände einbetonierte und sie überdies mit den Betonwänden durch eine Bügelbewehrung verband.

Form und Abmessungen des Daches gehen aus den 4 Skizzen des Bildes 2 hervor. Der Mittelteil wird von einer im Querschnitt kreisförmig gekrümmten Schale gebildet, und zwar mit einem in der Längsachse des Daches von 4,17 bis 6,63 m veränderlichen Radius. An diesen gekrümmten Mittelteil schließen sich auf beiden Seiten dreieckige Platten an, deren statische Aufgabe es ist, dem System erhöhte Seitensteifigkeit zu verleihen und die vom gekrümmten Dachteil herrührenden Horizontalkräfte aufzunehmen.

¹⁾ Vgl. den eingehenden Bericht von Müllersdorf u. Pehrs in *Betong* 38 (1953), Heft 1, S. 17-27.

in den Schnittlinien zwischen dem Mittelteil und den Seitenflügeln liegen Längsbalken, die ihrerseits durch ihre Drehungssteifigkeit einen beträchtlichen Teil des von den Flügeln herrührenden Kragmomentes aufnehmen, das dann direkt in den in der Mittellinie

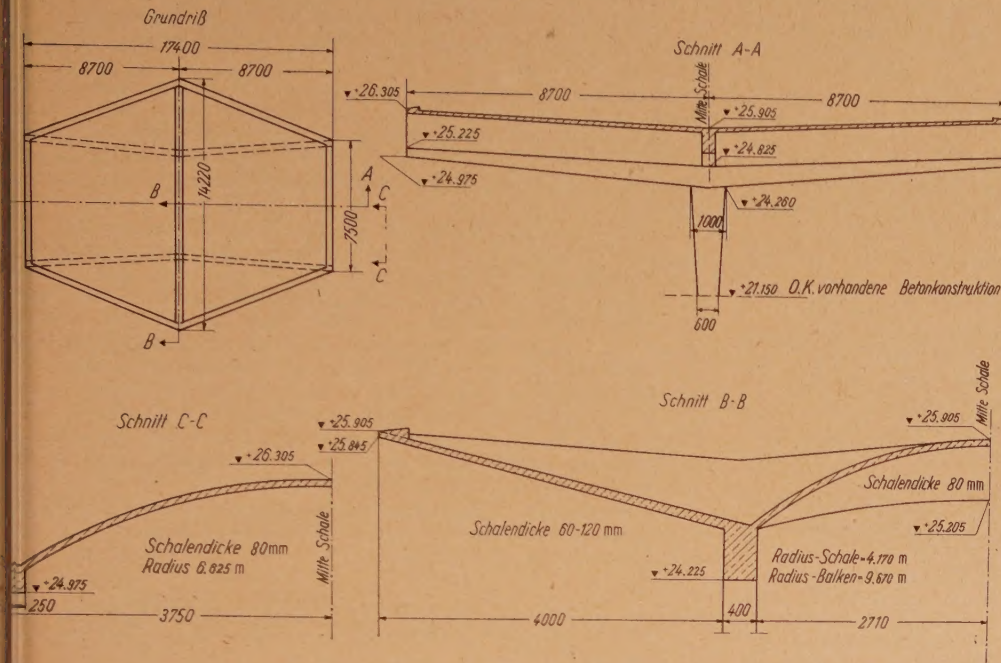


Bild 2. Grundriß und Schnitte des Schalendaches.

gelegenen Querrahmen — bestehend aus einem kräftigen Querbalken und den Pfeilern — überführt wird. Der Querbalken ist dafür vorgesehen, den in der Querrichtung recht schwachen Schalenelementen die erforderliche Seitensteifigkeit zu verleihen und überträgt die von der Schale herrührenden Belastungen auf die Pfeiler. Um eine ästhetisch ansprechende Form zu erhalten, wurde das Dach in seinem Längsschnitt in einer schwachen V-Form mit dem Bruchpunkt in der Mittellinie ausgebildet. Diese Form soll dazu beitragen, daß die ganze Konstruktion elastischer wirkt und der Eindruck einer gewissen Abwärtsbiegung vermieden wird, der sich bei horizontalen Flächen schon bei sehr geringem Durchhang leicht einstellt. Die Form der sich nach unten hin verjüngenden Pfeiler dürfte aus ästhetischen Gründen gewählt worden sein.

Die Schalenkonstruktion wurde nach der Balkentheorie in zwei Stufen berechnet. Zuerst wurden die Normal- und Scherkräfte in der Schalenlängsrichtung, dann die Normal- und Scherkräfte samt Moment in der Querrichtung bestimmt. Da die Balkentheorie voraussetzt, daß der Schalenquerschnitt völlig steif ist, werden die inneren Kräfte im Querschnitt wie im gewöhnlichen Balken verteilt.

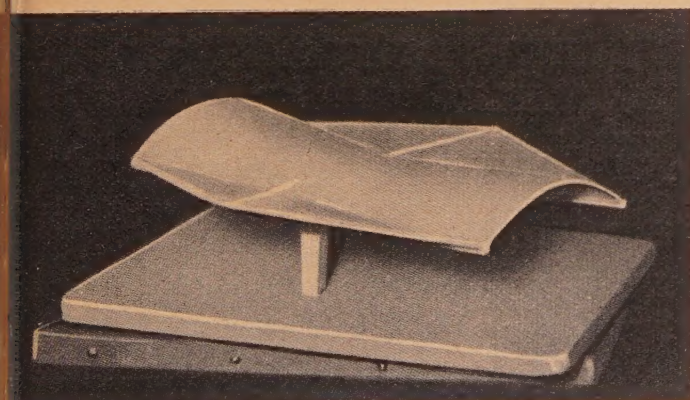


Bild 3. Modell des Schalendaches.

in der Längsrichtung wird die Schale als Kragbalken berechnet, wobei ihre gesamte Querschnittsfläche als Balkenquerschnitt mitgerechnet wird. Diese Berechnung wird in vier verschiedenen Schnitten durchgeführt. Für die Belastungsannahmen wird mit dem Eigengewicht, einer Schneelast von 100 kg/m^2 und drei Einzellasten von 100 kg gerechnet. Die größte Betondruckspannung wurde zu

31 kg/cm^2 ermittelt, während die größte Betonzugspannung — für den homogenen Querschnitt gerechnet — 26 kg/cm^2 beträgt.

Die Bewehrung wurde so angeordnet, daß die gesamten Zugkräfte von den Stahleinlagen aufgenommen werden. Mit Rücksicht auf das Moment aus unsymmetrischen Belastungen wurde das Schalengewölbe durchgehend sowohl an der Ober- wie an der Unterseite bewehrt. Da die Schale auch teilweise die Kräfte über den Mittelquerbalken auf die Pfeiler überträgt, entstehen bei einseitiger Belastung in Schalenlängsrichtung verwickelte Spannungszustände. Denn es ist ersichtlich, daß — wenn auch die Schale in ihrer eigenen Ebene sehr steif ist — doch ein beträchtlicher Teil, der durch einseitige Belastung hervorgerufenen Zugkraftdifferenz über die unbelastete Schalenhälfte auf die Längsbalken weitergeleitet wird, die ihrerseits das Moment auf die Pfeiler übertragen.

Der Mittelquerbalken wurde für die Aufnahme der Scherkräfte aus der Schale für unmittelbare Belastung und für das Drehmoment bemessen. Eine gewisse Torsionskraft entsteht auch in den Längsbalken, die das Kragmoment der Flügel fast ganz aufnehmen müssen.

Nachdem im August 1952 mit den Gründungsarbeiten begonnen worden war, wurden bis Anfang Oktober die Schalungs- und Bewehrungsarbeiten fertiggestellt. Sie begegneten einigen Schwierigkeiten, da gleichzeitig der Ausbau der Untergrundbahnstation vor sich gehen mußte. Sodann wurde jede Schalenhälfte von einem Standort aus betoniert. Der Beton wurde mittels Förderbändern eingebracht und durch Stabrüttler verdichtet; Zementgehalt betrug 375 kg/m^3 , W/Z-Faktor 0,54. Die Schale wurde ohne obere Einschalung betoniert, obgleich der Neigungswinkel bis zu 40° betrug. Nach Fertigstellung wurde der Beton wie üblich abgedeckt und eine Woche lang feucht gehalten. Als nach 14 Tagen entschalt wurde, lag die Betonfestigkeit bei 400 kg/cm^2 . Die Würfelproben ergaben eine 28-Tage-Festigkeit von 450 bis 550 kg/cm^2 .

Die gesamten Herstellungskosten beliefen sich bei wirtschaftlichster Arbeitsweise auf rd. 31 000 Kr. Bild 3 zeigt das Modell des Schalendaches.

Bücherschau

Beton-Kalender 1953. Taschenbuch für Beton- und Stahlbetonbau sowie die verwandten Fächer. Unter Mitwirkung hervorragender Fachmänner herausgegeben vom Verlag der Zeitschrift „Beton- und Stahlbetonbau“. XLII. Jahrgang. 1216 S. mit 1162 Bildern. Berlin 1953, Wilh. Ernst & Sohn. I. Teil Ganzleinen, II. Teil geh., zusammen DM 16,—.

Der Beton-Kalender 1953 macht ebenso wie die vorangegangenen Auflagen das Bestreben des Verlages deutlich, das in Fachkreisen weitverbreitete zweibändige Werk so zu gestalten, daß es einerseits ein Nachschlagewerk für Fragen der täglichen Praxis des Stahlbetonbaus darstellt, andererseits zusammen mit den früheren Jahrgängen auch zur Lösung weniger häufig vorkommender Probleme herangezogen werden kann.

In diesem Sinne sind im ersten Band die Abschnitte „Beton“ und „Baumörtel“ in wesentlichen Teilen neu bearbeitet worden. Das Kapitel „Bestimmungen“ enthält, größtenteils im Wortlaut, eine Reihe von wichtigen DIN-Vorschriften, die in den beiden letzten Jahren neu gefaßt wurden. Hier sind als wichtigste die DIN 1054 (Gründungen), DIN 1053 (Mauerwerk), DIN 105 (Mauerziegel) neben verschiedenen anderen zu nennen. Unter dem Titel „Konstruktive Durchbildung der Stahlbetonbauteile“ ist eine Reihe von zweckmäßigen Hinweisen und Tabellen für den Gebrauch im Konstruktionsbüro zusammengestellt.

Der zweite Band enthält als Neuheit einen ausführlichen Abschnitt „Elastische Scheiben“ einschl. einiger Notizen über Spannungsoptik. Hiermit werden die Darstellungen aus der Höheren Festigkeitslehre fortgesetzt, die in früheren Jahrgängen in den Kapiteln „Schalen“ und „Elastische Platten“ enthalten waren. Die

Teile „Grundbau“, „Bauausführung“, „Wände im Hochbau“, „Massive Decken“, „Rohrgerüste“ sind dem neuesten Stand angepaßt, erstmalig ist ein besonderer Abschnitt „Treppen“ aufgenommen worden.

Die beiden in der bekannten Ausstattung herausgegebenen Bände werden ebenso wie die früheren Auflagen im Büro und auf der Baustelle allgemein verwendet werden. Koepcke.

Beton-Kalender 1953, 2. Druckfehlerberichtigung.

I. Teil.

S. 98, Unter G. Niete, Spalte 3 (Querschnitt f) ist jeweils hinter der ersten Ziffer ein Komma zu setzen, ebenso unter H. Sechskantschrauben usw. in Spalte 4 (Kern) und Spalte 5 (Schaft).

S. 194, Lastfall 25: $EJf = \frac{P^3}{192} \left[\text{nicht } \frac{P^2}{192} \right]$.

S. 198, Formel (49) $\max \tau = \dots = \frac{M_t}{\eta_2 b^2 h} \left[\text{nicht } = \frac{M_t}{\eta_2 b^3 h} \right]$.

S. 207, untere Leiste der Tafel 12: Die Werte m_x und m_y sind zu vertauschen. (Vgl. nebenan auf S. 206.)

S. 277, 20. Zeile von unten: $..(L_2 + 2 M_{be} + M_{eb}) = 0$.
[nicht: $..(L_2 + 2 M_{bl} + M_{el}) = 0$].

S. 291, unterste Zeile: $... + \sum k_{ni} \cdot \varphi_i + .. [\text{nicht } .. + 2 \sum k_{ni} \cdot \varphi_i]$

Briske, Rudolf: **Erddruckverlagerung bei Spundwandbauwerken**. XIV, 191 S. mit 125 Bildern, 8 Tafeln und 1 Klapptafel. Berlin 1953, Wihl. Ernst & Sohn. Geh. DM 16,—.

Der Verfasser hat sich die Aufgabe gestellt, zu untersuchen, wie weit die Verlagerung des Erddruckes hinter Spundwänden dazu beitragen kann, daß derartige Bauwerke wirtschaftlicher als bisher bemessen werden. Es kommt ihm dabei weniger auf eine exakte Lösung der Frage nach der Verteilung des Erddruckes auf biegsame und in den Auflagern nachgiebige Wände an, als vielmehr auf eine näherungsweise Beschreibung der Beanspruchung der Wand unter vorgegebenen Bedingungen für ihre Herstellung. Dabei spielt der Bauvorgang und die Höhenlage des Ankers eine ausschlaggebende Rolle. Im ersten Teil der Arbeit werden die bisher gebräuchlichen Berechnungsverfahren für Spundwände und deren Grundlagen kritisch betrachtet. Dazu gehören nicht nur der klassische Ansatz mit der geradlinigen Druckverteilung, sondern auch die Berücksichtigung des Erdwiderstandes am Überankerteil, die Gewölbebildung und die Erddruckverlagerung nach der neueren Erddrucktheorie. In einem weiteren Hauptteil wird die Abhängigkeit der Konzentration des Erddruckes insbesondere in der Nähe des Ankers in Abhängigkeit von der Bauwerksverformung, dem Bauvorgang und den Bauwerksabmessungen behandelt, wobei Modellversuche und Erfahrungen an bestehenden Bauwerken ausgewertet werden. Zum Schluß gibt der Verfasser Anhaltspunkte für die technisch-wirtschaftliche Auswertung der gewonnenen Erkenntnisse.

Die umfangreiche Arbeit ist mit ungewöhnlicher Gründlichkeit angefertigt worden und befähigt sich nicht nur in großen Zügen mit den bisher vorliegenden Forschungsergebnissen, sondern geht sehr weit in die Einzelheiten der vielen vorhandenen Berechnungsvorschläge und Beobachtungen hinein. Dadurch wird es möglich, scheinbare Widersprüche zu klären, da diese häufig nur an Abweichungen in den Ausgangsannahmen liegen. Das gesamte erreichbare Fachschrifttum ist ausführlich besprochen und bewertet worden. Die Arbeit kann daher als ein wohl lückenloses Kompendium sämtlicher bisher gewonnener Erkenntnisse an Spundwandbauwerken angesehen werden. Ihre Durchsicht wird jedem gewinnbringend sein, der sich mit der Berechnung von Spundwänden zu befassen hat, insbesondere dann, wenn es sich um größere Bauwerke handelt, bei denen sich durch eine Ausnutzung der vom Verfasser angegebenen Möglichkeiten merkbare Ersparnisse erzielen lassen.

Schultze.

Frohnholzer, Josef: **Messungen am Hauptstollen des Lechspeichers Roßhaupten**. Bericht über den Zeitraum von Juli 1951 bis Oktober 1952, mit einem Nachtrag bis Februar 1953. 75 S. mit 13 Bildern u. 42 Taf. Herausgegeben im Selbstverlag von der Bayerische Wasserkraftwerke AG., München, März 1953. Geh. 7,— DM.

Der Triebwasserstollen des Kraftwerks am Lechspeicher bei Roßhaupten ist in den geraden und leicht gekrümmten Strecken nach dem Kernringverfahren vorgespannt, wobei das elastische Verhalten des Gebirges zur Vorspannung und seiner Erhaltung ausgenutzt

wird. Es ist das erstmalig, daß ein Druckstollen mit etwa 5 atü Innendruck (einschließlich Druckstoß) und einem lichten Durchmesser von 8,35 m in nahezu senkrecht einfallende Molasseschichtpakete auf diese Weise vorgespannt wurde.

Um die Wirkung der Vorspannung ständig beobachten zu können, ist eine umfangreiche Meßeinrichtung sowohl im umgebenden Berg als auch in die nicht bewehrten Betonauskleidungsringe des Stollens eingebaut worden.

In der vorliegenden Abhandlung werden diese Meßeinrichtungen beschrieben und gleichzeitig die Auswertungen der bisherigen zahlreichen Messungen wiedergegeben. In den beigefügten 42 Tafeln sind die Meßergebnisse graphisch zusammengestellt. Einige bemerkenswerte Schlußfolgerungen ließen sich aus den bisherigen Messungen schon ableiten.

Es ist zu begrüßen, daß die Bayerische Wasserkraftwerke AG. die immerhin bedeutenden Kosten für solche Messungen und damit für ein dauerndes Überwachungsorgan aufgewendet und dadurch die Möglichkeit geschaffen hat, Erkenntnisse zu sammeln, die dem Druckstollenbau im allgemeinen von großem Nutzen sein werden. Wenn die gegenwärtige Schrift die Messungen im Anfangsstadium der Stollenbenützung — der Lech wird während der Ausführung der Dammschüttung durch den Stollen umgeleitet — schon in so eingehender und ausführlicher Weise behandelt, so darf erwartet werden, daß dies im Hauptstadium — der Benützung des Stollens als Triebwasserstollen unter dem obenerwähnten Innendruck — in der gleichen mustergültigen Weise erfolgen wird.

Das Studium der „Messungen am Hauptstollen des Lechspeichers Roßhaupten“ kann deshalb jedem, der mit Druckstollenbau zu tun hat, bestens empfohlen werden. Wiedemann.

Abraham, Pol: **Architecture Préfabriquée**. (Stahlbeton-Fertigbau.) 2. Aufl. XVI, 140 S. mit 77 Bildern. Paris 1952, Dunod. Geh. 960 Frs.

Das 1944 niedergeschriebene, 1946 in erster und nunmehr in zweiter, wesentlich erweiterter Auflage erschienene Buch gibt die Erfahrungen wieder, die der Verfasser bei der jahrelangen und vielfältigen Anwendung von Stahlbeton-Fertigteilen im Hochbau sammeln konnte. Der Verfasser hat als Chefarchitekt den Wiederaufbau von Orléans geleitet. Das neuen Bauweisen aufgeschlossene französische Ministerium für Wiederaufbau ermöglichte ihm die natürlich zunächst risikoreiche Erprobung neuer Bauweisen im großen. Außer in Orléans wurde die vom Verfasser bevorzugte Bauweise noch bei Bauten in Montlacon, Saint-Nazaire, Gignozac und anderen Orten angewendet. Nach dem Verfahren Croizat-Angeli wurden vielstöckige Wohnhochbauten, eingeschossige Schulen, Geschäftshausbauten nach folgenden Konstruktionsprinzipien ausgeführt:

Wände aus Mantelbeton, d. h. Schüttbeton zwischen vorgefertigten Platten (äußere Platte aus Schwerbeton, innere Platte aus Gips). Verbund der Platten mit dem Schüttbeton.

Decken aus Spannbetonbalken und Hourdis-Füllkörpern. Unterhängende Schale aus Gipsplatten.

Zwischenwände aus vorgefertigten Gipsplatten.

Installation im Blocksystem. Alle Leitungen sind in einer Wand bzw. in vorgefertigten Zellen zusammengefaßt.

Fenster und Türen mit vorgefertigten Gewänden.

Sämtliche Abmessungen gehören einer Maßordnung.

Die zahlreichen, dem Buch beigegebenen Fotos zeugen davon, daß die Anwendung einer Maßordnung künstlerisch durchaus gemeistert werden konnte.

Dadurch, daß der Erfahrungsbericht des Verfassers auf viele Einzelheiten des Entwurfs, der Ausführung, des Zusammenbaues, auch auf Schwierigkeiten und gelegentliche Mißerfolge eingeht, ist er ein wertvoller Beitrag zur weiteren Entwicklung des Stahlbeton-Fertigbaues. v. Halasz.

Eingegangene Bücher

Die Schriftleitung behält sich vor, die nachstehend aufgeführten Neuerscheinungen gelegentlich zu besprechen.

Hosang, Wilhelm: **Stadtentwässerung**, 2. Aufl. VI, 122 S. mit 89 Bildern u. 10 Zahlentaf. Stuttgart 1953, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft. Geb. 9,20 DM.

Kühn, Rolf: **Aktuelle Abschreibungs- und Finanzierungsfragen bei Baugeräten** (Heft 8 der Schriftenreihe des Hauptverbandes der Deutschen Bauindustrie). 24 S. Wiesbaden—Berlin 1953, Bauverlag G. m. b. H. Geh. 1,75 DM.

Schreyer: **Praktische Baustatik**, Teil 2, 6., neubearbeitete Aufl. VIII, 234 S. mit 335 Bildern. Stuttgart 1953, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft. Geb. 12,40 DM.

„Beton- und Stahlbetonbau“, Lizenz Nr. 271, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin-Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 169. Fernsprecher: 87 15 56. Schriftleitung: Reg.-Baumeister a. D. Erich Bornemann, geschäftsführendes Vorstandsmitglied des Deutschen Beton-Vereins, (16) Wiesbaden-Eigenheim, Prinz-Nikolas-Str. 19, und Reg.-Baumeister a. D. Johannes Peters, Berlin-Wilmersdorf. Für den Anzeigenteil verantwortlich: Otto Swoboda, Berlin-Wilmersdorf. Anzeigenpreisliste Nr. 2. — Druck: H. Heenemann KG, Berlin-Wilmersdorf. — Nachdruck, fotografische Vervielfältigungen, fotomechanische Wiedergabe von ganzen Heften, einzelnen Beiträgen oder Teilen daraus nur mit Genehmigung des Verlages.